Aziz BABOUNIA

INITIATION AUX PRINCIPES DE MICROECONOMIE

TOME 1

Aziz BABOUNIA

INITIATION AUX PRINCIPES DE MICROECONOMIE

Tome 1

COURS ET EXERCICES CORRIGES

Ce cours est destiné aux étudiants ès sciences économiques. Il comprend les principaux concepts relevant des thèmes de la micro économie, et ne prétend pas être exhaustif. Il sera complété au fur et à mesure du développement des chapitres qui le composent, par :

- ✓ L'explication des concepts : méthodes analytiques graphiques et illustrations ;
- ✓ Des travaux dirigés sous forme d'exercices ;
- ✓ Des études de cas;
- ✓ Des travaux de recherche, où les étudiants seront appelés à préparer et présenter des exposés.

Dépôt légal : 2010/2294

Impression : Top Press

Références conseillées

Alaoui Amini,A., Economie : fondements et équilibres (micro et macroéconomie), REMALD, collection « manuels et travaux universitaires), 2002.

Boursin J.L., Introduction à la théorie des jeux, Montchrétien, 1998,

Browning, E-K., & Jacqulene M; Browning, Microeconomic Theory and Applications, fourth edition; 1992 by HarperCollins Publishers Inc.

Begg,D., Fischer,S., Dornbusch,R., Microéconomie, édition, 2002,Dunod.

Guerrien B., Théorie des jeux, Economica Poche, 1995.

Guerrien B., La microéconomie, Seuil, 1996.

Gregory M., Principes de l'économie (micro et macroéconomie); Nouveaux Horizons, Economica, 1998.

Henderson J.M., Quandt R.E., Microéconomie : formulation mathématique élémentaire, Dunod, 1990.

Longatte,J., Vanhove, P., Economie générale ; Dunod, 2001.

Mansfield, E., Microeconomics Theory /Applications, Sixth edition, 1988,W.W.Norton & Company, New York.

Mansfield, Microeconomics Theory /Applications, Sixth edition, 1988,W.W.Norton & Company, New York.

Moulin H., Théorie des jeux pour l'économie et la politique, Hemann, 1981.

Petit-Robin A., Aborder la théorie des jeux, Seuil, 1998.

Tirolle J., La théorie des organisation industrielles, tome 1 et 2, Economica, 1988.

Varian, H.R., Introduction à la microéconomie ; De Boeck Université ; Bruxelles ; Nouveaux Horizons, 5ème édition, 2003.

SOMMAIRE

Première partie

I- Introduction

Chacun de nous accomplit des actes économiques et fait ses calcules économiques avant de prendre ses décisions.

Si l'on admet que la science économique est une discipline qui s'intéresse aux comportements calculés et rationnels des hommes, il devient nécessaire que la compréhension des calcules économiques des agents et des choix qu'ils effectuent est fondamentale en matière d'analyse des « équilibres économiques ».

Or, la notion même d'équilibre économique est une notion très large. De façon générale, elle peut signifier, l'égalité entre deux ou plusieurs variables économiques (individuelles ou nationales) : l'offre et la demande d'un produit, le revenu et la dépense, l'épargne et l'investissement, les ressources et les emplois.

Elle peut aussi prendre un contenu normatif dans les théories des choix des agents économiques (consommateur et producteur), dans celles des marchés de biens spécifiques (équilibre partiels) ou de tous les biens et services simultanément (équilibre général), enfin, au niveau macroéconomique, en l'occurrence, d'une économie nationale (équilibre global).

C'est justement autour de ces équilibres que la science économique est partiellement structurée.

Il s'agit des « équilibres des agents » consommateurs et producteurs, des « équilibres de marchés » et de « l'équilibre général ».

La structure de ce cours vise à répondre à certaines préoccupations concernant essentiellement ***l'équilibre des agents économiques à savoir le consommateur et le producteur***. Dans ce cadre, je tiens à rappeler quelques définitions.

<u>Définition 1</u>: la science économique[1] ou l'économie politique ou l'économique comme on le verra dans ce cours est une discipline qui traite des comportements rationnels des agents économiques. Elle étudie les procédés par lesquels les ressources rares sont allouées (réparties) pour satisfaire les besoins alternatifs et concurrents (ou les utilisations alternatives) de ces agents.

Elle est généralement divisée en 2 branches: la microéconomie et la macroéconomie.

<u>Définition 2</u>: la micro-économie étudie le comportement économique d'unités "individuelles" (consommateurs, entreprises...), ainsi que l'analyse des marchés et leurs structures.

---

[1] A la différence de **l'économie politique, la politique économique** comme disait **Xavier Greffe** dans son ouvrage « **Principes de politique économique** » Economica, 1989, est « l'ensemble des décisions des pouvoirs publics en vue d'orienter l'activité économique dans un sens jugé souhaitable aux yeux de tous (augmentation du déficit budgétaire pour soutenir l'emploi. Ce terme désigne aussi l'aspect pratique de l'économie.

A la différence de ces deux notions, **l'économie publique** est « l'ensemble des activités économiques que l'Etat entreprend sous sa propre responsabilité pour son propre compte, d'où l'appellation de plus en plus du secteur public.

Définition 3: la macroéconomie traite du comportement d'agrégats économiques tels que le produit national brut, le revenu national, le niveau d'emploi, etc.

La théorie micro-économique vise à construire un cadre théorique basé sur des hypothèses qui permettent de simplifier la réalité économique en se concentrant sur les facteurs les plus importants qui expliquent le comportement des agents économiques (tels que les revenus, les prix, les coûts…) ; et permet de résoudre plusieurs problèmes dont principalement :

- ✓ les décisions optimales des consommateurs ;
- ✓ les décisions optimales des producteurs ;
- ✓ la politique des prix ;
- ✓ l'allocation optimale des ressources de la société ;
- ✓ Les problèmes relatifs à la structure du marché.

La réponse à ces questions découle de la formulation :

- ✓ de prévisions valides des variables économiques et des conséquences découlant de changements des conditions du marché ;
- ✓ de modèles analytiques qui mettent en exergue certains rapports entre ces variables, ce qui permet de comprendre principalement comment les décisions des agents économiques sont-elles coordonnées par des interactions sur les différents marchés, et d'analyser les conditions sous jacentes à la réalisation des équilibres : l'équilibre des agents et l'équilibre des marchés.

Chapitre 1 : La science économique : définitions, objet et méthode

L'économie peut être approchée suivant plusieurs angles : le premier a trait aux comportements de l'individu. On parle, dans un langage courant, de « *faire des économies* », d'« *économiser* » ou encore d'« *épargner* ». Cet aspect comportemental montre comment un individu gère ou utilise son argent. On dit que les sociétés du Tiers-monde sont gaspilleuses tandis que les sociétés occidentales sont économes. Un consommateur qui adapte sa consommation à son budget, c'est-à-dire à son revenu, est un individu dont le comportement est dit efficace ou rationnel. Un entrepreneur qui utilise les moyens de production d'une manière efficace, c'est-à-dire en gérant, au moindre coût, les ressources, qui sont par définition rares, est un entrepreneur qui réalise des économies d'échelle.

Un deuxième angle a trait à l'activité productive globale. On parle, plus précisément, du système productif, c'est-à-dire de toutes les activités économiques productives. Le système productif peut être national, régional ou sectoriel. Le système productif marocain par exemple peut être qualifié d'artisanal ou d'un système à faible productivité car il est basé sur une forte utilisation de main d'oeuvre, une faible intensité du capital et une faible composante technologique. Une économie nationale ou une branche d'activité (un secteur) est dite compétitive si elle produit avec une qualité et avec un faible coût des facteurs.

Un troisième angle, enfin, a trait à la discipline scientifique, celui qui s'attache à étudier, suivant un niveau d'abstraction donné, les régularités économiques et sociales. Là, en effet, se pose le problème de la scientificité de la discipline :

s'agit-il d'une science exacte à l'image de la physique ou des mathématiques ou s'agit-il d'une science sociale à l'image de la sociologie ou de la psychologie ?

Les comportements économiques restent, en toute évidence, des comportements sociaux entachés de beaucoup de subjectivité où la relation de l'homme à l'homme domine toutes les autres. Dans les sciences dures ou exactes, on s'attache à étudier les phénomènes physiques dont le comportement est régulier dans le temps et dans l'espace. Avant l'époque moderne (qui débute au 18ème siècle), la science économique, telle que nous la connaissons aujourd'hui, n'était pas autonome ; elle était imbriquée au sein d'autres sciences sociales, son rôle ne peut être compris qu'en la situant au sein d'autres institutions sociales ; en l'occurrence celles de la politique, de la morale, de la religion, et de la parenté. Avec l'avènement du capitalisme et l'émergence des rapports marchands proprement dits, caractérisée par un marché autorégulateur, l'économie s'est séparée des autres institutions sociales. Depuis la généralisation de ces rapports marchands à toutes les sociétés du monde ou presque, l'économie comme institution domine toutes les autres activités humaines de la société ; à l'heure de la mondialisation actuelle, c'est le capital, à travers les firmes multinationales, qui dicte les politiques sociales, culturelles et de coopération entre les pays. Nous traitons dans ce chapitre trois points essentiels : la définition de la science économique qui est une définition plurielle, l'objet de la science économique qui est plus ou moins unique : lutter contre la rareté et la méthode de la science économique qui peut être, grosso modo, résumée en deux techniques : la technique déductive[2] et la technique inductive[3].

[2] Du général au particulier, ou de l'économie pure et des principes d'une économie idéale aux phénomènes réels observés ou économie concrète.

[3] Du particulier au général, ou de l'économie concrète aux principes généraux.

1.1 Définitions de l'économie

Etymologiquement, le mot « économie » remonte à l'époque grecque : *oikonomia* et qui se divise en deux termes : *oikos* qui veut dire maison et *nomos* qui veut dire l'art d'administrer et de gérer. L'utilisation de l'expression « économie politique » remonte à 1616, expression inventée par le français ***Antoine de Montchrestien*** dans son ouvrage : *Traité de l'économie politique*.

Actuellement, l'économie ou l'économie politique ou encore la science économique ou tout simplement l'économique peut être définie comme étant la science ayant pour objet l'étude de la production, de la répartition et de la consommation des biens et services rares. ***Lionel Robbins*** la définit comme étant la science de l'affectation efficace des ressources rares. Autrement dit, l'économie est la science qui étudie le comportement humain en tant que relation entre les fins multiples et les moyens rares à usages alternatifs[4]. Cette définition de L. Robbins est dite formelle car elle se veut comme une définition universelle s'appliquant à toutes les sociétés, à toutes les cultures et à toutes les situations dans lesquelles l'homme doit faire ses choix. A l'opposé de cette définition dite dominante ou conventionnelle, on trouve d'autres définitions. Nous citons dans ce texte deux d'entre elles :

- Définition de ***Karl Marx*** : Marx présente son oeuvre « Le capital » comme une critique de l'économie politique et du capitalisme industriel. Il nie l'existence de lois économiques naturelles et cherche à rendre compte de l'aspect historique qui caractérise le mode de production capitaliste. Il définie en effet l'économie comme l'analyse des rapports historiquement

[4] Un usage alternatif signifie l'usage qui implique un choix. Avec une même somme d'argent, je peut acheter un livre aller au cinéma, un travailleur peut choisir entre augmenter ses heures du travail ou augmenter ses heures de loisirs.

déterminés que les hommes entretiennent avec la nature (relation homme/nature) et entre eux (rapports sociaux de production) dans la production de leurs conditions matérielles d'existence ;

- Définition de ***Polanyi*** : l'économie est un « *processus institutionnalisé*[5] » d'interaction entre l'homme et son environnement naturel et social qui permet l'acquisition des moyens matériels et de satisfaire les besoins immédiats et futurs. Cette définition, dite substantive, s'inspire largement de celle de Marx.

1.2 L'objet de la science économique

Comme l'on soutenu la plupart des économistes, l'objet de la science économique est de parvenir à satisfaire les besoins des individus et des groupes et d'étudier comment les richesses se créent, se distribuent et se consomment. Autrement dit, l'objet de l'économie politique est de gérer ou de lutter contre la rareté.

L'objet de la science économique est donc de montrer d'une manière scientifique la façon qui permet le bien-être social général.

Cet objet peut être qualifié d'universel car il peut être le même pour toutes les sociétés et à travers tous les temps. Néanmoins, l'évolution historique, social et politique des sociétés, des peuples et des ethnies, conditionnée en parallèle par l'évolution dans la nature et la typologie des besoins, l'objet de la science économique change dans le temps et dans l'espace. L'exemple d'un individu, d'un groupe ou d'une ethnie qui essaie de trouver les moyens de subsistance

[5] La création des richesses économiques ou matérielles et leur distribution sont guidées par des institutions politiques, sociales, économiques et culturelles. Ces institutions conditionnent l'état sociale et matériel des individus et des groupes au sein de la société.

primaires ou de survie en transformant la nature nous montre à quel point l'objet de la science économique peut être, à l'origine, simple. Par contre, au sein de la société actuelle, vu la multitude des besoins la caractérisant, l'objet de l'économie peut être de plus en plus complexe. La multiplication des besoins, en nombre et en genre, oblige les individus à établir une certaine hiérarchisation entre ces besoins. Ainsi, pour combattre la rareté, l'individu doit faire des choix, accepter des compromis, gérer à bon escient et rationnellement son budget…

1.3 Les concepts de base de la science économique

Les notions de base de la science économique sont nombreuses ; nous en limitons l'exposé aux plus utilisées :

- ***La rationalité :*** principe qui consiste à rechercher la réalisation d'un objectif donné en utilisant au mieux les moyens dont on dispose. C'est une sorte d'adaptation efficace et raisonnable des moyens aux fins. Ce rôle est assigné à tout individu (*homo oeconomicus*) agissant en parfaite conformité par rapport aux normes que préconise la théorie de bien-être. Il doit donc adopter le principe de l'individualisme méthodologique ;
- ***L'individualisme méthodologique :*** méthode qui consiste à expliquer les phénomènes économiques et sociaux à partir des comportements individuels. L'individu est au coeur de groupe, l'action de groupe se ramène à l'action de chaque individu ;
- ***L'utilité (utility):*** capacité d'un bien à être utilisé, degré de satisfaction lié à la consommation d'un bien économique ; en économie de bien-être, l'utilité est approchée par une fonction cardinale (nombre) ou ordinale (ordre de préférence). En gros c'est la capacité que possède un bien ou un service à satisfaire un besoin.

- ***Les goûts et les préférences :*** ce sont les évaluations subjectives liées à l'utilité procurée des biens et services. Ces évaluations faites par les agents économiques déterminent la demande de ces biens et services ;
- ***Les choix intertemporels :*** choix d'un agent qui porte à la fois sur ses actions présentes et sur ses actions futures. Le choix intertemporel d'un ménage se traduit par un plan de consommation et d'épargne, tandis que pour l'entreprise il se présente sous la forme d'une succession de consommations intermédiaires (inputs) et de productions ;
- ***La loi de l'offre et de la demande :*** variation de l'offre et de la demande lorsque les prix se modifient sur un marché. Ainsi, une baisse des prix conduit les acheteurs à acheter plus et les vendeurs à réduire leur offre. A l'inverse, une hausse des prix conduit les acheteurs à acheter moins et les vendeurs à augmenter leur offre ;
- ***Equilibre général*** (*general equilibrium*) *:* approche qui consiste à prendre en compte l'ensembles des interdépendances qui résultent des choix des individus – ou des groupes d'individus – qui composent la société et dont le souci est de déterminer la façon dont ces choix peuvent être coordonnés. L'approche de l'équilibre général s'oppose donc à celle de l'équilibre partiel, qui n'est concernée que par les transactions relatives à un seul bien quel qu'il soit ;
- ***Equilibre partiel*** *(partial equilibrium) :* équilibre qui se réalise entre les offres et les demandes sur un seul marché. Cet équilibre concerne donc un seul bien. Ce type d'équilibre dit isolé, suppose que l'équilibre est réalisé, d'une manière automatique, sur d'autres marchés. Cette approche est souvent associée au nom d'***Alferd Marshall*** ; elle est qualifiée de la clause « toutes choses égales par ailleurs » ou *ceteris paribus* ;

➢ ***Bien économique*** (*economic good*) : tout objet ou service qui procure une satisfaction, existe en quantité limitée et peut s'échanger contre un prix sur un marché ;

➢ ***Bien libre*** (*free good*) : bien surabondant et immédiatement disponible, sans effort particulier ;

➢ ***Besoin*** (*need*) : sentiment de manque fondé sur le désir de posséder tel ou tel bien, ou d'obtenir tel ou tel service.

➢ ***Homo economicus*** (*Homo economicus*) : expression utilisée pour désigner l'« individu » maximisateur des modèles de la micro-économie.

➢ ***Rareté*** (*scarcity*) : état défini par le caractère non abondant des ressources, l'obtention de celles-ci nécessitant un effort.

➢ ***Agent économique*** (*economic agent, economic unit*) : toute unité participant à une opération économique, qu'il s'agisse des ménages, des entreprises ou de l'Etat.

➢ ***L'échange*** (*exchange*) : reflète le passage d'un bien ou d'un service d'une personne à l'autre via un autre bien (dans ce cas il s'agit de troc) ou contre une somme monétaire.

➢ **La consommation** (*consumption*) : opération consistant à utiliser les biens et services dans un but de satisfaire les besoins des agents économiques. La consommation peut être finale (les ménages achètent des biens et services pour les consommer immédiatement) ou intermédiaire (les entreprises achètent des biens et services pour les consommer dans le cadre d'un processus de production).

➢ **La répartition** (*allocation, distribution*) : opération consistant à affecter le revenu à des emplois productifs ou non. Elle peut être définie aussi comme étant l'opération qui permet la rémunération des facteurs de production.

➢ **La production** (*output*) : la valeur ajoutée créée par les unités de production.

- **Activité économique** (*economic activity*) : activité humaine faisant l'objet d'une création de valeur dont l'utilité a un prix.
- **L'épargne** (*saving*) : partie de revenu destinée à être réservée pour des utilisations futures.
- **Demande** (*demand*) : expression d'un sentiment de désir ou de besoin sur un marché ; la demande exprime l'envie de consommer.
- **Offre** (*offer*) : mise sur le marché des biens et services afin d'être vendus moyennant un prix. L'offre exprime l'envie d'échanger
- **Inflation** (*inflation*) : hausse généralisée et autoentretenue des prix.
- **Ménage** (*household*) : unité économique dont la fonction principale est de consommer.
- **Récession** (*downturn, recession, slump*) : état économique qui se caractérise par un ralentissement ou une dépression.
- **Chômage** (*unemployment*) : état des personnes cherchant un emploi et qui sont aptes et disposées à travailler.
- **Profit** (*profit*) : bénéfice réalisé par les agents économiques en entretenant des activités d'investissement et de production.
- **Cash-flow** (*cash-flow*) : valeur créée par l'entreprise dans le cadre de son activité économique au cours de son développement. Le cash-flow reflète la capacité d'autofinancement de l'entreprise.
- **Budget** (*budget*) : en microéconomie se dit de la part de revenu consacrée à être consommée ;
- **Concurrence pure et parfaite** (*perfect competition*) : c'est un type de concurrence qui suppose égale la taille des entreprises opérant sur un marché ; aucune de ces dernières ne peut agir sur le prix du marché ; elle est au contraire « preneur de prix » (*price taker*).

1.4 L'origine de la théorie micro-économique :

L'origine de la micro-économie se trouve dans la théorie néoclassique[6], elle même héritière de l'école marginaliste.

Selon cette théorie, il faut chercher l'explication des phénomènes économiques au niveau des comportements individuels, en supposant que ceux-ci sont guidés par le principe de ***rationalité***. La théorie micro-économique adopte donc les préceptes de ***l'individualisme méthodologique***, dont elle est l'exemple le plus achevé.

1.5 Les outils mathématiques de base utilisés en micro-économie[7] :

Les techniques mathématiques de base qu'on utilise le plus souvent en micro-économie vont de la technique de la dérivation jusqu'à l'étude de la concavité des fonctions :

1.5.1 Une technique essentielle en micro-économie : la dérivation en chaîne (dérivée d'une fonction de fonction) :

a)-la dérivée d'une fonction d'une seule variable :

On obtient la notion de dérivée en partant de la comparaison entre l'accroissement d'une fonction et celui de sa variable. Plus précisément, étant

---

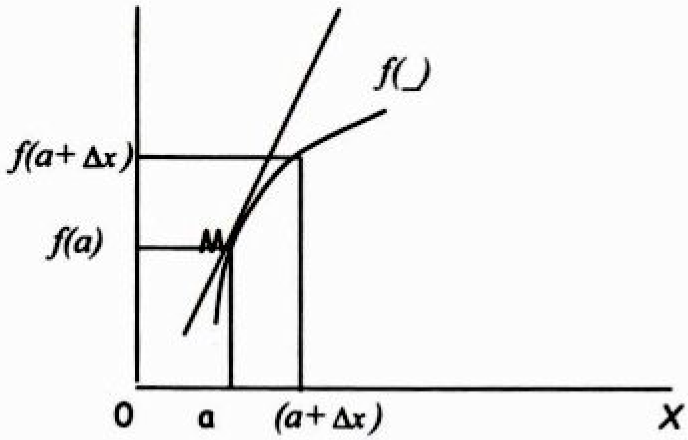
[6] Elle a été appelée néo-classique (à l'opposé de l'école classique) par un de ses adversaires. Thorstein Veblen qui voulait se moquer d'elle ; curieusement, ce nom lui est resté collé ; il a même été adopté par ses partisans. Cependant, ceux-ci préfèrent souvent parler à son propos de la théorie économique à l'usage de la physique, car pour eux la théorie néoclassique est la seule à avoir un statut scientifique en économie (notamment en raison de l'usage intensif des mathématiques.

[7]Nous nous inspirons de l'ouvrage de Guerrien,B., Les mathématiques appliquées à la microéconomie, Economica Poche, 1995

donné une fonction *f(_)*, dont la variable est désignée par la lettre x, on appelle ***dérivée de f(_) au point*** $x = a$, et on note $f'(a)$, la limite du rapport :

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

Lorsque Δx tend vers 0. Pour que cette limite existe, il faut que la fonction *f(_)*soit définie dans un voisinage de a. Graphiquement, la dérivée $f'(a)$ donne ***la pente de la tangente*** en $M=(a, f(a))$ au graphe de *f(_)*.



Lorsque la dérivée d'une fonction existe en tout point d'une partie[8] *D* de *IR*, on dit que la fonction est *dérivable sur D*. Si cette dérivée est en outre continue, on dit que la fonction *f(_)* est de classe *C* sur *D*.

N.B : Les microéconomistes utilisent généralement l'adjectif « marginal » pour désigner les dérivées des fonctions qu'ils utilisent : ainsi l'utilité marginale correspond à la dérivée de la fonction d'utilité, le coût marginal à celle de la fonction de coût. Toutefois, comme toute dérivée suppose un passage à la limite – opération purement mathématique – ce n'est pas une notion accessible à l'intuition. C'est pourquoi les microéconomistes utilisent

[8] Très souvent, les parties de IR que considère le microéconomiste sont des intervalles, dont on supposera qu'ils sont ouverts, si par exemple un point x appartient à un intervalle ouvert alors il en est de même du point Δx « suffisamment petite ».

aussi l'expression de « variation à la marge » pour désigner les variations unitaires qui, elles, peuvent faire l'objet d'une interprétation économique.

b)-La dérivée d'une fonction de deux ou plusieurs variables :

On suppose maintenant que l'argument de la fonction *f(_)* n'est plus un nombre, mais un couple ordonné de nombres, qu'on va noter (x_1,x_2). Si x_1,x_2 et $f(x_1,x_2)$ sont des nombres réels, ce qu'on supposera par la suite, alors *f(_)* est une fonction de IR^2 dans *IR*. On dit que c'est une fonction de deux variables. On considère, comme dans le cas des fonctions d'une seule variable, une fonction *f(_)* qui est définie en un point donné (x_1,x_2), mais aussi au « voisinage de ce point ».

Définition : on appelle ***dérivée partielle de*** *f(_)* par rapport à sa première variable, ***au point*** (x_1,x_2), la limite du rapport :

$$f'x_1(x_1,x_2) = \frac{\delta f}{\delta x_1}(x_1,x_2) = \lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{f(x_1+\Delta x_1,x_2) - f(x_1,x_2)}{\Delta x_1}$$

Lorsque Δx tend vers 0.

Exemple : Si la fonction *f(_)* est définie par : $f(x_1,x_2) = x_1^{\,3} x_2^{\,2}$, alors :

$$f'_{x_1}(x_1,x_2) = 3x_1^{\,2}x^2{}_2 \text{ et } f'_{x_2}(x_1,x_2) = 2x_1^{\,3}x_2.$$

1.5.1 Les fonctions homogènes :

Les fonctions homogènes jouent un rôle important en micro-économie, notamment dans la théorie de producteur.

Définition : une fonction $f(\_)$ d'une partie D de IR^n dans IR est homogène de degré s sur D si et seulement si pour tout $(x_1,\ldots x_n)$ appartenant à D et pour tout λ strictement positif, on a :

$$((\lambda x_1,\ldots,\lambda x_n)\in D$$
$$f(\lambda x_1,\ldots,\lambda x_n)=\lambda^s f((x_1,\ldots,x_n)$$

Un exemple de fonction homogène fréquemment utilisé en micro-économie est celui des fonctions de type Cobb-Douglas, qui au vecteur (x_1,x_2), font correspondre le nombre :

$$x_1^{\alpha}x_2^{\beta},\ \alpha>0,\ \beta>0.$$

On vérifie immédiatement que ces fonctions sont homogènes de degré $\alpha+\beta$ sur IR_+^2.

1.5.2 Les fonctions implicites :

Le microéconomiste raisonne très souvent avec ce que le mathématicien appelle des fonctions implicites ; par exemple lorsqu'il s'intéresse aux propriétés de courbes de niveau que sont les isoquantes d'un producteur ou les courbes d'indifférence d'un consommateur ; lorsqu'il doit prendre en compte les contraintes auxquelles se heurtent les agents économiques ; ou lorsqu'il fait face aux équations que doivent vérifier les *extrema* d'une fonction (dérivable), ce que l'on appelle la condition de premier ordre.

Nous allons nous intéresser au cas le plus simple, celui d'une fonction implicite de deux variables : les courbes d'indifférences.

Lorsque l'on considère des relations, liant deux variables x et y de la forme :

$$y=f(x),$$

La notation utilisée présente l'inconvénient de sous-entendre que x « cause » y. Or, en micro-économie, on raisonne très souvent avec des variables liées entre elles, sans que l'une soit forcément déterminée par l'autre ; autrement dit, on considère plutôt des relations de la forme :

$$y=f(x, y)=constante$$

Pour souligner le fait que l'on n'accorde pas un rôle privilégié à une variable plutôt qu'à une autre, on les désignera toutes par le même symbole x, des indices différents permettant de les distinguer les unes des autres ; c'est-à-dire:

$$f(x_1, y_2)=constante$$

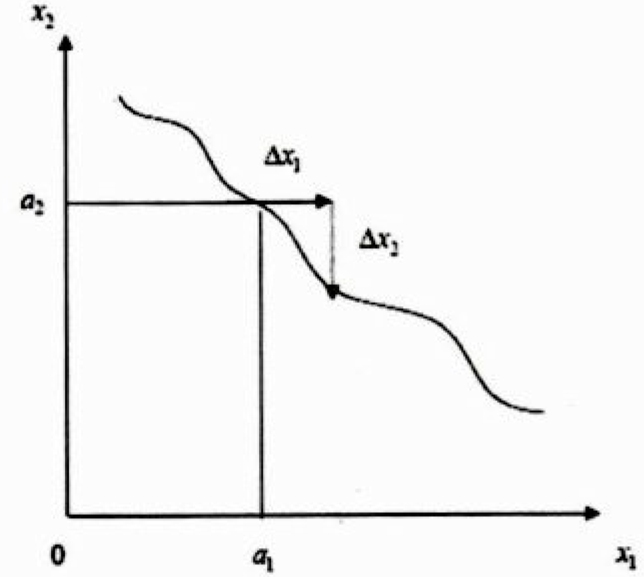
Un exemple classique en micro-économie, celui des courbes d'indifférence de consommateur, est une bonne façon d'aborder l'idée de fonction implicite :

Soit une fonction d'utilité $U(\_)$ et un panier de biens, donné, mais quelconque, (a_1,a_2). On s'intéresse à l'ensemble des paniers de biens (x_1, x_2), qui procurent à l'individu la même satisfaction que (a_1,a_2), c'est-à-dire qui sont tels que :

$$U(x_1,x_2)= U(a_1,a_2) \qquad [1]$$

La représentation graphique de cet ensemble est appelé courbe d'indifférence passant par (a_1,a_2).

L'équation [1], ci-dessus, a au moins une solution : le point (a_1,a_2). En a-t-elle d'autres ? On peut le penser, du moins si l'on fait certaines hypothèses sur la fonction $U(\_)$. Ainsi, si celle-ci est une fonction strictement croissante de x_1 et x_2, alors une « légère » augmentation de Δx_1 de $x_1$devra être compensée par une légère baisse Δx_2, *de x* pour rester sur la même courbe d'indifférence.



1.5.3 Le taux marginal de substitution :

En micro-économie, les courbes de niveau concernent généralement des niveaux d'utilité ou de production. Dans le premier cas, on les appelle *courbes d'indifférence* ; dans le second, *isoquantes*. Passer d'un point (a_1,a_2) d'une de ces courbes, à une autre $(a_1+\Delta x_1, a_2+\Delta x_2)$, revient à échanger une quantité Δx_2 du bien 2 contre une quantité Δx_1du bien 1, sans modifier le niveau d'utilité ou de production. Autrement dit, le rapport $\Delta x_2/\Delta x_1$ mesure, au signe près, ***le taux d'échange***, ou encore ce que l'on appelle ***le taux de substitution*** entre les biens 1 et 2 qui permet de rester sur la même courbe de niveau.

1.5.4 Extrema de fonctions dérivables : la condition du premier ordre (ou l'optimisation sous contrainte)

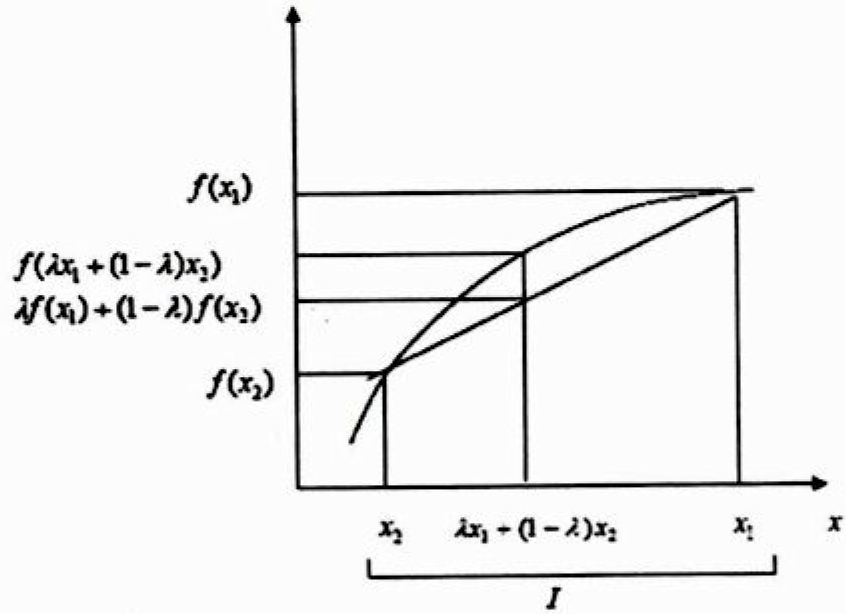
Pour le consommateur par exemple, il cherche à maximiser son utilité (sa fonction-objectif) sous la contrainte de budget ; c'est-à-dire, il cherche à déterminer le panier (q_1,q_2) de biens qui maximise son utilité $U(\_)$ sous la contrainte budgétaire de $p_1q_1+p_2q_2=R$. Cela peut être fait en se ramenant au cas d'une fonction d'une seule variable, sans contrainte ; il suffit pour cela de mettre q_2 en fonction de q_1 dans la contrainte (soit $q_2= (R-p_1q_1)/p_2$) et de porter l'expression obtenue dans la fonction d'utilité.

1.5.5 La concavité des fonctions :

Une fonction est concave si le segment de droite joignant deux points quelconques de son graphe est « en dessous » de ce graphe.

Soit une fonction $f(\_)$ définie sur un intervalle I de IR et soient x_1 et x_2 deux points de cet intervalle. Pour que le segment joignant les deux points du graphe $f(\_)$ ayant x_1 et x_2 pour abscisses se trouve en dessous de ce graphe, il faut et il suffit que :

$$\lambda f(x_1)+(1-\lambda)f(x_2)\leq f(\lambda x_1+(1-\lambda)x_2) \qquad \forall\lambda\in[0,1].$$



1.6 Questions de cours et débat :

1- Définir la science économique ?

2- Définir la micro-économie ?

3- Définir la rationalité ?

4- Que signifie le raisonnement marginal ou le calcul marginal ?

5- Définir économiquement et mathématiquement l'utilité marginale ?

6- Définir le taux marginal de substitution ?

Question d'un débat :

La rationalité au sens néo-classique est-elle réaliste ?

Chapitre 2- La théorie du choix du consommateur

La démarche néoclassique (microéconomique) repose sur un certain nombres de principes :

- Les besoins appartiennent au domaine subjectif. Ils se traduisent par une échelle ordonnée de préférences.
- Les choix de consommation d'un individu s'effectuent dans un environnement qui est celui d'une économie de marché dans laquelle les biens et services sont divisibles, c'est-à-dire que n'importe quel nombre réel peut représenter réel peut représenter une quantité de biens et services. Sur ce marché, les prix ainsi que le revenu sont endogènes (ils sont déterminés par la nature). Le consommateur est donc un preneur de prix et non un faiseur de prix. Le revenu de consommateur est également supposé fixé, tant qu'on ne s'intéresse pas à l'arbitrage qu'il réalise entre temps de travail et temps des loisirs.
- Le comportement de consommateur est supposé rationnel dans la mesure où il cherche la satisfaction la plus grande possible.

Ainsi, un consommateur peut classer ces différentes possibilités de consommation. La façon dont celui-ci classe les différents paniers de consommation décrit ces préférences. Son objectif est de **maximiser son utilité sous contrainte budgétaire, à travers une fonction d'utilité sachant qu'il est supposé être rationnel.**

2.1. Les préférences du consommateur

Un consommateur peut classer ces différentes possibilités de consommation. La façon dont celui-ci classe les différents paniers de consommation décrit ces

choix et ces préférences. Son objectif est de maximise à travers une fonction d'utilité sachant qu'il est supposé rationnel. Au niveau de la relation de préférence on peut considérer deux biens comme étant distincts dès qu'ils différent de point de vue :

1. de leur caractéristiques physiques : le beurre est différent de la margarine ;
2. de leur disponibilité : du pétrole disponible aujourd'hui à Strasbourg est différent du pétrole disponible aujourd'hui à Bagdad ;
3. de leur date de disponibilité : du pétrole disponible aujourd'hui dans une ville ou dans un pays est différent du pétrole qui sera disponible dans 100 ans ;
4. des circonstances sous lesquelles ils sont disponibles : du pétrole disponible en temps de paix est différent du pétrole disponible en temps de guerre.

Le consommateur effectuait son choix pour maximiser sa satisfaction. Ce comportement supposé rational repose sur un certain nombre d'axiomes. En effet, les économistes posent quelques hypothèses concernant la « cohérence » des relations de préférences qu'on les qualifie d'« axiomes ». Il s'agit :

- **La relation de préférence est une relation linaire ou principe de comparaison** :

Le choix du consommateur peut porter sur n biens en quantités différentes. A fin de rendre la démonstration simple, nous supposons un choix entre 2 biens A et B consommés en quantités différentes. Le consommateur est amené à former et à choisir entre des combinaisons de ces deux biens. Soit par exemple

la combinaison X et la Combinaison Y composées de quantités différentes de A et B.

L'axiome de linéarité exprime que le consommateur est toujours capable de comparer les combinaison X et Y. Il peut :

- Soit préférer X à Y, ce qui est noté $X \succ Y$,
- Soit préférer Y à X, donc $Y \succ X$,
- Soit être indifférent vis-à-vis de X et de Y, ce qui est notée $X \sim Y$.

- **La relation de préférence est une relation réflexive** :

Si la combinaison X est identique à la combinaison Y, c'est-à-dire que les quantités de A dans X sont les mêmes que les quantités de A dans Y, ($X_A = X_B$) de même en ce qui concerne les quantités de B dans X et Y ($Y_A = Y_B$), alors la combinaison X est indifférente de la combinaison Y : $X \sim Y$.

- **La relation de préférence est transitive** :

En présence de trois combinaison, cet axiome signifie que si la combinaison X est préférée à Y, et la combinaison Y est préférée à Z, alors X est préférée à Z ; donc si :

$X \succ Y$ et $Y \succ Z \quad \Rightarrow \quad X \succ Z$.

- **La relation de non saturation** :

Si les quantités de biens composant la combinaison X sont plus importantes que celles composant la combinaison Y, la combinaison X est préférée à la combinaison Y : $X \rangle Y$ implique $X \succ Y$.

- **La relation de substituabilité :**

Cette relation implique la continuité des choix du consommateur. Cela suppose en cas d'insuffisance d'un bien que le consommateur peut le compenser par un complément d'un autre bien.

Ces axiomes supposent que le consommateur est rationnel, ce qui permet de représenter analytiquement les choix des agents. Ces axiomes sont justifiées pour des comportements purement économiques (où un comportement calculateur est aisé à observer) mais elles ne sont naturellement pas adaptés pour des choix affectant d'autres sphères de la vie d'un individu, d'autres sphères où le comportement est plus souvent guidé par des passions par exemple.

Les exemples de préférences sont nombreuses on peut citer :

1. **substituts parfaits**

Deux biens sont des substituts parfaits si le consommateur est disposé à substituer un bien à l'autre à un taux constant. Le cas le plus simple de substituts parfait est celui ou le consommateur est prêt à substituer les biens à un taux de 1 pour 1.

Dans ce cas les deux biens X et Y sont parfaitement équivalents pour le consommateur. Ce qui compte pour lui, c'est la quantité totale de biens contenus dans chaque panier. Par conséquent la fonction d'utilité $U(x_1,x_2) = x_1 + x_2$ représente bien ces préférences :

i. elle a une valeur constante le long des courbes d'indifférences (formée des paniers qui contiennent la même quantité totale de biens) ;

ii. elle donne une valeur plus élevée quand la quantité totale augmente (et donc quand la satisfaction de l'individu augmente).

Exemple : considérons le choix d'un consommateur entre des crayons rouges et des crayons bleus. Le consommateur dans ce cas désire des crayons mais ne se préoccupe pas de leur couleur.

Prenons un panier particulier, par exemple (10,10). Pour cet individu, n'importe quel panier contenant 20 crayons est exactement aussi désirable que (10,10).

2. complément parfait

Le consommateur doit combiner deux biens dans des proportions fixes pour pouvoir en tirer une satisfaction.

Exemple : abat-jours (x_1) et ampoules (x_2). Pour tirer satisfaction de l'achat d'un abat-jour, le consommateur doit aussi acheter au moins une ampoule avec.

On peut aussi donner l'exemple des souliers droits et souliers gauches, qui sont des biens qui doivent être consommés ensemble dans des proportions fixes.

3. un bien « indésirable »

Un bien indésirable est un bien que le consommateur n'aime pas.

Exemple : Considérons par exemple les poivrons et les anchois ainsi qu'un consommateur qui n'aime que les poivrons mais pas les anchois.

Ainsi, les anchois constituent un bien indésirable et les poivrons un bien désirable pour le consommateur.

On peut aussi donner l'exemple de la pollution qu'on doit consommer si l'on veut consommer un bien industriel.

4. un bien « neutre »

Un bien est dit neutre si le consommateur ne s'en préoccupe pas du tout.

Exemple : Que se passe –t-il si le consommateur est neutre vis-à-vis des anchois ?

L'individu ne se préoccupe donc que de la quantité de poivrons dont il dispose et ne prête aucune attention à la quantité d'anchois. Il est d'autant plus satisfait que la quantité d'anchois ne l'affecte d'aucune façon.

5. la saturation

Dans ce cas, il existe un panier (X) préféré à tous les autres. Plus le consommateur est proche de ce panier, plus est grande sa satisfaction. C'est la distance par rapport à X qui permet de comparer les différents paniers. On appelle ce panier X le point idéal ou le point de saturation.

Exemple : Supposons par exemple que les deux biens soient respectivement des gâteux au chocolat et de la glace. Vous pourriez aimer consommer chacune une certaine quantité optimal de gâteux au chocolat et de glace. Des quantités légèrement inférieures réduiraient votre niveau de satisfaction, de même que des quantités légèrement supérieures.

Ceci étant, le consommateur cherche à maximiser sa satisfaction. Différentes approches ont été présentées :

- Dans ***un premier temps*** les précurseurs du marginalisme (Gossen) et les premiers marginalistes (Menger, Jevons, Walras…) ont présenté une théorie cardinale de l'utilité selon laquelle l'individu est capable de mesurer la satisfaction retirée de la consommation des biens.
- Dans ***un deuxième temps***, on proposera une théorie ordinale de l'utilité (Paréto, Hicks…) selon laquelle l'individu ne peut pas mesurer la satisfaction ; il peut seulement classer ces préférences. De ces préférences il est possible de déduire ses fonctions de demande des biens.
- Dans ***un troisième temps***, une approche récente par des choix effectivement faits par le consommateur pour en déduire la fonction de demande des biens. C'est la théorie de la préférence de Samuelson (1948).
- Dans **un quatrième temps,** une autre approche (Becker 1966) intègre l'affectation du temps et le choix entre les différents biens et services. Le consommateur retire dans ce cadre sa satisfaction de services fondamentaux de consommation tels manger et dormir en achetant des biens et services sur le marché et en affectant son temps.

2.2. Le choix du consommateur

Contraint par son revenu et les prix, le consommateur choisit dans B le panier de biens qu'il préfère. Ce panier est appelé **"panier des biens optimal"**.

2.3. La fonction d'utilité (+)

La fonction d'utilité est notée : $\boxed{\mathbf{U\ (x_i) = f\ (x_i),}}$ où les x_i = les quantités consommées.

+ qté consommée

Quelque soit deux biens X et Y: si $\mathbf{U(x) \geq U(y)} \Rightarrow$ X est préféré à Y.
Cette fonction est définie pour une période de temps donnée, et considérée comme une fonction continue. Toute **transformation** croissante de U représentera également ses préférences : $U^{1/2}$, aU+b, e^U, ln (U)...

L'utilité peut être mesurée de 2 manières :

- ✓ **La fonction d'utilité cardinale** (quantification) : on la compte
- ✓ **La fonction d'utilité ordinale** (classification) : Non

Avant d'aborder ces deux types d'analyse, il et nécessaire de préciser un certain nombre de concepts.

2.3.1. La distinction entre l'utilité totale et l'utilité marginale

L'utilité totale (U) d'un bien (X) est définie comme la satisfaction que l'individu retire de la consommation de ce bien. On définit pour ce bien une fonction d'utilité de la forme U = f(X). La satisfaction augmente au fur et à mesure que la quantité consommée de ce bien augmente.

<u>Définition</u> : L'utilité totale mesure le niveau de satisfaction procuré au consommateur par la consommation d'une quantité donnée (x) d'un bien X, soit **UTx = U(x)**

L'utilité peut être associée à la consommation d'un bien ou à la consommation de plusieurs biens.

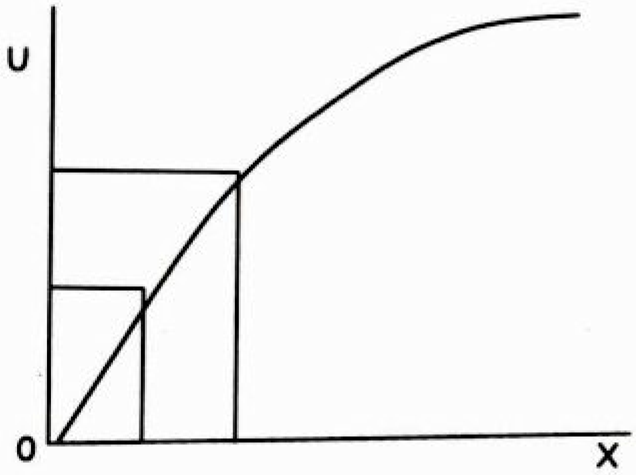
Cas d'un bien : L'utilité est fonction de la quantité consommée du bien X.
Cas de plusieurs biens : A l'origine, l'utilité est supposée additive. Si on est en présence de trois biens (X, Y, Z) par exemple : l'utilité totale est la somme de l'utilité retirée de la consommation du bien X, (U_x) de celle retirée de la consommation du bien Y, (U_y) et enfin de celle de Z, (U_z). De sorte que :
U = Ux + Uy + Uz

Cette hypothèse d'additivité a été critiquée et contestée. En effet, on prétend que la satisfaction obtenue d'un bien n'est en rein affectée par le niveau de consommation des autres biens. Il y a une certaine indépendance des biens. Or, les biens sont par définition substituables ou complémentaires, d'où leur caractère dépendant. La fonction d'utilité devient alors : U = f(X, Y, Z).

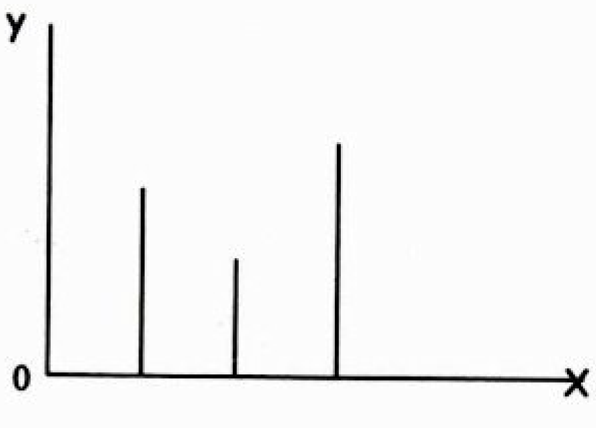
La forme de la fonction d'utilité diffère également selon la nature du bien : bien parfaitement divisible et bien non parfaitement divisible.

Certains biens peuvent être consommées en quantités petites que possibles (exemple : la viande, le lait, le pain,...), d'autres ne peuvent être consommés qu'en unité entière (exemple : la bicyclette, ...). Dans le premier cas, on est en présence d'une variable continue : dans la fonction d'utilité U = f(X), la

variable X peut prendre n'importe quelle valeur dans l'intervalle 0 à l'infini. Graphiquement cette fonction peut être représentée comme suit :



Dans le deuxième cas, la variable X ne prend que des valeurs entières (0,1,2,...) et la fonction d'utilité est de la forme d'un diagramme en bâtons :



Définition : L'utilité marginale (Um) d'un bien est l'accroissement de l'utilité totale suite à une augmentation d'une unité de la quantité consommée de ce bien. L'utilité marginale est donc la mesure de la satisfaction que procure la consommation d'une unité supplémentaire.

Le mot marginal revêt deux sens :

- *Un sens vague* : on utilise l'adjectif marginal pour qualifier ou désigner des unités économiques qui remplissent au minimum leurs conditions d'existence (par exemple, les entreprises marginales sont celles qui survivent à peine).
- *Un sens précis* : l'analyse économique lui donne ce sens. Il sert à qualifier une variable. C'est la variation de la variable en question par rapport à la variation d'une autre variable. Ainsi, si la variable X est fonction d'une autre variable Y, X marginal sera la variation de X divisé par la variation correspondante de Y.

La forme de l'utilité marginale dépend de la nature du bien :

- Si le bien est ***un bien non parfaitement divisible***, l'utilité marginale d'un bien X, (U_{mX}) est la variation de l'utilité totale entraînée par une unité supplémentaire de ce bien. Soit :

$$\mathbf{U_{mx}} = \frac{\Delta U}{\Delta X}$$

- Si le bien est ***un bien parfaitement divisible***, l'utilité marginale est l'accroissement d'utilité procurée par le dernier accroissement de la quantité du bien X. Elle s'exprime par le cœfficient :

$$\mathbf{U_{mx}} = \frac{dU}{dX}$$

Ce coefficient à une signification mathématique. Il s'agit de la dérivée. Ainsi, l'utilité marginale est la dérivée de la fonction d'utilité totale par rapport à X.

Dans le cas d'un panier de biens, la fonction d'utilité totale devient une fonction à plusieurs variables : **U= f(X,Y)**

L'utilité marginale de chacun des biens est alors définie par la dérivée partielle de la fonction par rapport à chacune des variables.

Soit U= f(X,Y), on peut calculer les dérivées partielles et la différentielle totale.

- *Dérivées partielles :*

$$U_{mx} = \frac{dUx}{dX} \text{ soit } dU_x = U_{mx}dX = f'_x dX$$

$$U_{my} = \frac{dUy}{dY} \text{ soit } dU_y = U_{my}dY = f'ydY$$

- *Différentielle totale de U :*

$$dU = dU_x + dU_y$$

$$dU = UmxdX + UmydY$$

$$dU = f'dX + f'dY$$

Deux principes sont à considérer lorsqu'on parle de l'évolution de l'utilité totale et de l'utilité marginale :

a)Le besoin décroît quand la satisfaction croit

Par exemple, on a un individu et un type de bien qui lui sont utile. Tant que l'individu n'a pas accès à ce bien, le besoin est à son maximum. Mais quand il dispose du bien, le besoin décroît. Au bout d'un certain temps il parvient à un état dans lequel le bien ne présente plus d'utilité pour lui. Donc, la relation d'utilité implique deux limites :

- au départ, un besoin maximum.
- à l'aboutissement, un état de satiété.

Il s'agit de la loi d'intensité décroissante des besoins. Chaque unité supplémentaire consommée tend à satisfaire un besoin moins pressant du fait que les unités précédentes ont déjà apporté un certain niveau de satisfaction au besoin initial.

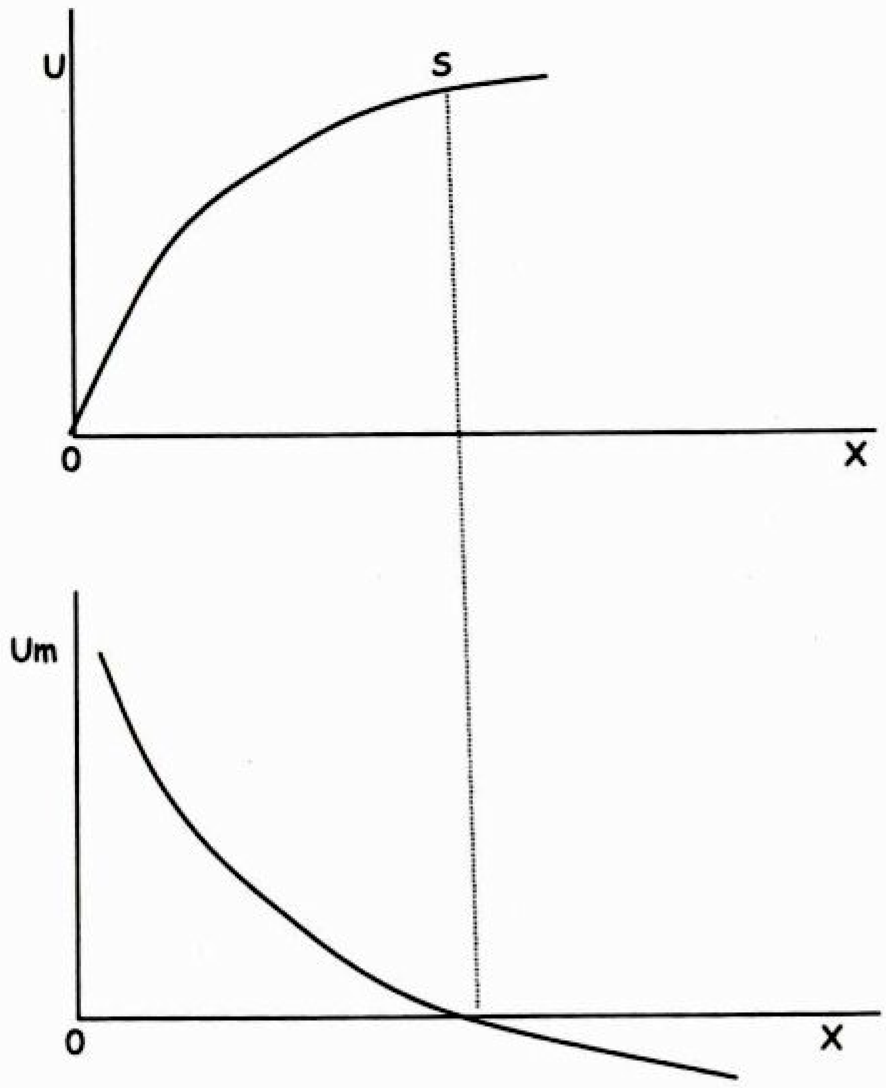
b)L'utilité marginale est une fonction décroissante de la quantité consommée

Au fur et à mesure que la quantité du bien s'accroît, l'utilité marginale décroît.

Exemple :

Quantités consommées du bien X	**Utilité totale**	**Utilité marginale**
1	**10**	**10**
2	**19**	**9**
3	**27**	**8**
4	**34**	**7**
5	**34**	**0**
6	**32**	**-2**
7	**28**	**-4**

Représentation graphique :



L'utilité totale (UT) est représentée par une courbe croissante; elle atteint son maximum au point de satiété (S). En ce point, U_m: repésentée par une courbe décroissante, devient nulle (une unité suppémentaire ne procure acune satisfaction). Au-delà de ce point l'utilité marginale (Um) devient négative et l'utilité totale (UT) diminue à son tour.

Selon l'hypothèse que l'individu est rationnel, il ne doit pas suivre sa consommation au-delà du point de saturation du besoin. Donc l'utilité marginale est certes décroissante mais elle est toujours positive.

2.3.2. Le principe d'égalisation des utilités marginales et la rationalité des choix économiques

Un individu est rationnel lorsqu'il effectue un choix tel que les utilités marginales des différents biens qu'il possède sont égales. Pour expliquer cette situation il faut tenir compte de la situation d'abondance ou de rareté des biens et du cas de rareté de la nature de l'économie.

a)En situation d'abondance de biens

Si les biens sont abondants, toutes les possibilités de consommation sont possibles. L'individu ne supporte aucun coût et ne fait aucun sacrifice pour avoir une quantité quelconque d'un bien. C'est un individu rationnel, il va consommer le bien X jusqu'à ce que son utilité totale soit maximum (point de saturation), donc jusqu'à ce que l'utilité marginale soit nulle. La condition d'équilibre de cet individu est donc : $\mathbf{U_{mx} = 0}$.

b)En situation de rareté des biens

Il faut tenir compte dans ce cas de la nature de l'économie : s'agit-il d'une économie monétaire ou d'une économie de troc.

- Dans une économie de troc, les biens s'échangent contre les biens. L'individu qui consomme le bien X renonce automatiquement au bien Y

qu'il aurait pu obtenir en échange. L'individu ne doit pas pousser la consommation de X jusqu'au point de satiété. Il doit tenir compte

2.3.3. La limite de la théorie de l'utilité : l'utilité cardinale et l'utilité ordinale

On peut mesurer l'utilité de chaque bien acheté par le consommateur de deux manières :

a) La mesure cardinale : elle repose sur l'hypothèse irréaliste selon laquelle l'utilité procurée par la consommation d'un bien peut être mesurée par une valeur utilité, ou indice. On dira par exemple qu'un verre d'eau bu par un consommateur lui a procuré 10 utilités (10U), et un sandwich consommé à une satisfaction de 15 U.

Ainsi, on constat qu'en plus de la difficulté liée à la mesure de l'utilité d'un bien de consommation, on peut signaler également trois autres types de difficultés d'analyse en terme d'utilité cardinale.

- La difficulté de comparaison interpersonnelle de l'utilité des différents biens : cette comparaison ne peut être envisagée que dans un système normatif, dans le cadre de règles homogènes et générales de satisfaction des besoins. Les consommateurs seraient alors soumis à des normes et non pas soucieux de dégager des préférences individuelles.
- La difficulté liée au problème de la constance de l'utilité marginale de la monnaie : même si l'utilité peut être mesurable en unités monétaires que le consommateur est disposé à consacrer à l'achat de telle quantité du bien considéré, cela suppose que l'utilité marginale de la monnaie soit constante. Le problème est de savoir ce qui fonde l'utilité marginale

de la monnaie dont on ne voit pas pourquoi elle serait forcément constante.

- La difficulté liée au problème de l'interdépendance des utilités de tous les biens :l'utilité d'un bien étant dépendante de la disponibilité d'autres biens, il n'est pas possible d'établir une échelle cardinale de l'utilité dès lors que l'utilité d'un bien est liée à celle d'autres biens. Ceci est d'autant plus vrai que la fonction générale $U = U(X_1,X_2,\ldots X_n)$ est différente de la somme
  $U = U(x_1)+ U(X_2)+\ldots U(X_n)$.

Toutes ces difficultés ont conduit finalement à privilégier l'analyse du comportement du consommateur et la fonction d'utilité en terme d'utilité ordinale (les courbes d'indifférences) qui se base sur la classification et non sur la quantification des utilités.

b)L'analyse ordinale de l'utilité repose sur la classification des préférences du consommateur rational, supposé être bien informé et capable de réaliser son équilibre partiel, dans le cadre d'une économie de marché.

On suppose que dans un ensemble de bien de consommation, le consommateur peut choisir des combinaisons (ou « paniers de biens ») : C_1, C_2,.......C_i,......C_n, à l'aide de relation d'indifférence R, notée $\geq$

2.3.4. Les courbes d'indifférence

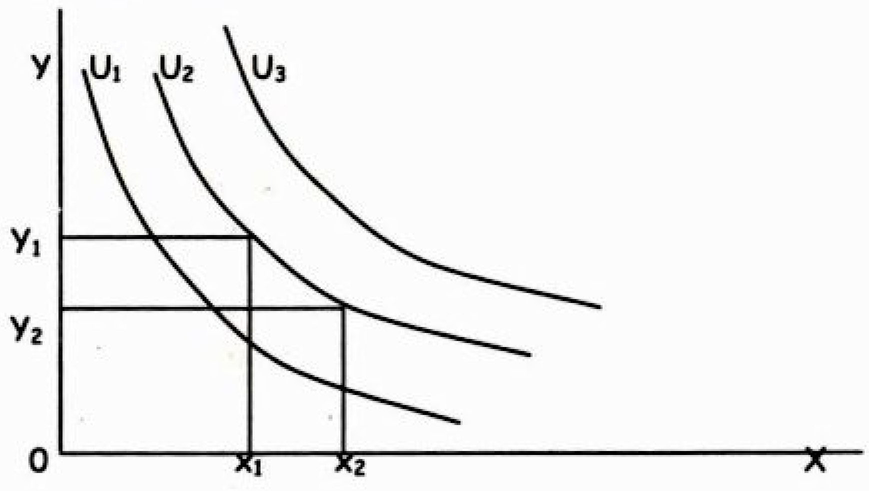
Toute la théorie du choix du consommateur peut en fait être formulée en termes de préférences satisfaisant les trois axiomes de relation complète, de réflexivité et de transitivité.

Toutefois, il s'avère commode de décrire graphiquement les préférences en utilisant une représentation connue sous le non de « courbe d'indifférence ».

En effet, les préférences du consommateur sont représentées graphiquement par des **courbes d'indifférence** (U_1, U_2, U_3...). Un ensemble de courbes d'indifférence forme une **carte d'indifférence**.

<u>Définition</u>: Les courbes d'indifférences sont construites à partir d'une fonction d'utilité donnée $U(x_1, x_2) = f(x_1, x_2)$, (f est supposée une fonction continue). **Elles constituent des courbes de niveau de la fonction d'utilité**, dans la mesure où chaque courbe d'indifférence correspond à tous les paniers (ou toutes les combinaisons de quantités des biens x_1 et x_2) qui donnent le même niveau de satisfaction et donc la même valeur d'utilité.

<u>Graphique 1 : Courbes d'indifférence</u>



Le long d'une courbe d'indifférence, l'utilité totale $U = f(x_1, x_2)$ est une constante.

Sa dérivée totale est:

$$dU = (\delta U/ \delta x_1) \times dx_1 + (\delta U/ \delta x_2) \times dx_2$$

$\delta U/\delta x_1 = Umx_1$ et $\delta U/\delta x_2 = Umx_2$ sont les utilités marginales des 2 biens.

Or, **U** est une constante, donc sa dérivée est nulle, soit **dU=0**,

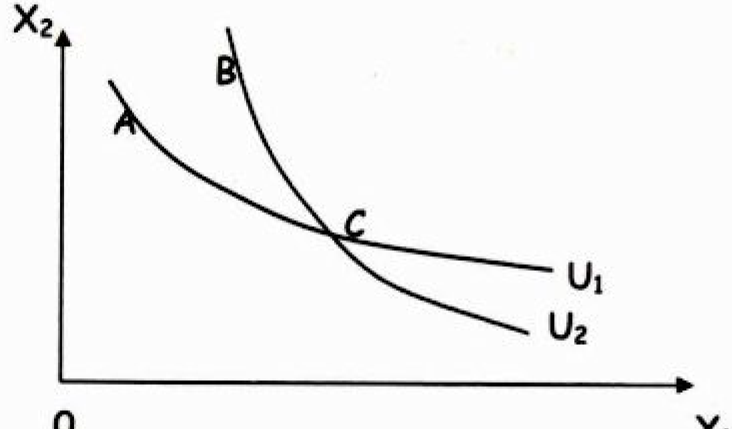
$$\Rightarrow \mathbf{dx_2/\, dx_1 = -\, (\delta U/\, \delta x_1)/\, (\delta U/\, \delta x_2)}$$

$\mathbf{dx_2/\, dx_1}$ est aussi égal à la dérivée de la fonction $\mathbf{x_2 = f(x_1)}$. Il exprime la pente de la courbe d'indifférence considérée.

Propriétés des courbes d'indifférences

- ✓ Les courbes d'indifférences sont décroissantes, et sont définies pour des préférences convexes du consommateur qui reflètent le principe de décroissance de l'utilité marginale.
- ✓ L'utilité tirée d'un panier de consommation est d'autant plus grande que la courbe d'indifférence est éloignée de l'origine.
- ✓ Les courbes d'indifférence correspondent à des niveaux différents de satisfaction, donc elles ne peuvent pas se croiser.

<u>Graphique 2 : Contre exemple où les courbes d'indifférence se croisent</u>



2.4. Le taux marginal de substitution (TMS)

Définition : Le taux marginal de substitution entre produits est calculé à partir de la fonction d'utilité. Il est défini comme étant le taux auquel le

consommateur est disposé à substituer le bien X= x_1 au bien Y= x_2 pour maintenir un même niveau d'utilité. Il est donc égal au rapport des utilités marginales, soit :

$$\mathbf{TMS_{x/y} = U'_x / U'_y = Um_{x1}/Um_{x2} = - d_{x2}/ d_{x1}}$$

Plus précisément : Le taux marginal de substitution (TMS $_{x/y}$) est le rapport entre la quantité du bien Y,(Δy), que le consommateur est prêt à céder et la quantité du bien X (Δx), qu'il désire recevoir en contrepartie, pour maintenir constant son niveau de satisfaction, c'est-à-dire tout en conservant une utilité identique.

Le TMS décrit les conditions de déplacement et varie le long d'une même courbe d'indifférence.

Expression mathématique du TMS

TMS $_{x/y}$ = lim - $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ quand $\Delta x \rightarrow 0$

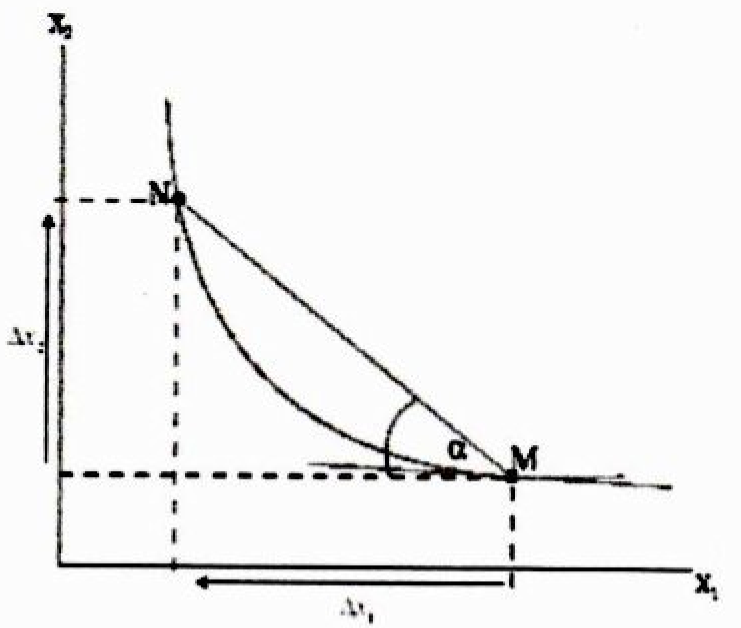
Il peut s'écrire : **TMS $_{x/y}$** $= - \frac{\Delta y}{\Delta x}$; le signe (-) s'explique par la variation en sens inverse des quantités échangées de biens X et Y.

(1) TMS $_{x/y}$ $= \frac{Umx}{Umy} = - \frac{\Delta y}{\Delta x}$

(2) A l'équilibre le TMS $_{x/y}$ $= \frac{Px}{Py}$

Donc de (1) et (2) on : **TMS $_{x/y}$** $= \frac{Umx}{Umy} = \frac{f'_x}{f'_y} = - \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{Px}{Py}$

Graphique 3 : Illustration du TMS



Il ressort de ce graphique que si la consommation de x_1 **diminue (passage du point M à N),** On substitue Δx_2 à Δx_1. avec

$$\Delta x_1 < 0, \Rightarrow \Delta x_2 > 0 \text{ remplace } \Delta x_1$$

Donc le TMS mesure le nombre d'unités du bien x_2 *en plus* pour compenser une unité de bien x_1 *en moins*. C'est donc la valeur relative du bien x_1 par rapport au bien x_2 du point de vue des goûts du consommateur.

Propriétés du TMS

- ✓ Le TMS est variable et décroissant le long de la courbe d'indifférence. Cette décroissance reflète la propriété de convexité des courbes d'indifférence.
- ✓ Le TMS permet de préciser la nature des biens consommés, qu'ils soient des biens substituts ou compléments.

Chapitre 3- L'équilibre du consommateur et échange

Un consommateur est dit en équilibre lorsqu'il arrive à maximiser sa fonction, compte tenu des ressources dont il dispose.

On est ici en présence d'un problème de maximisation sous contrainte ou d'allocation optimale des ressources.

Au cours d'une période donnée, le consommateur dispose d'un montant limité et fixe de ressources (revenu) pour l'achat de bien de consommation, c'est sa contrainte.

Son problème est de répartir ses ressources limitées entre les différents biens, dont le prix est donné, de façon à obtenir le maximum de satisfaction. Il va donc déterminer son équilibre.

3-1 La droite budgétaire du consommateur

<u>Définition</u>: la droite budgétaire représente toutes les combinaisons de biens qu'un consommateur peut acheter étant donné le revenu et les prix des biens en question. Elle identifie donc les options du consommateur.

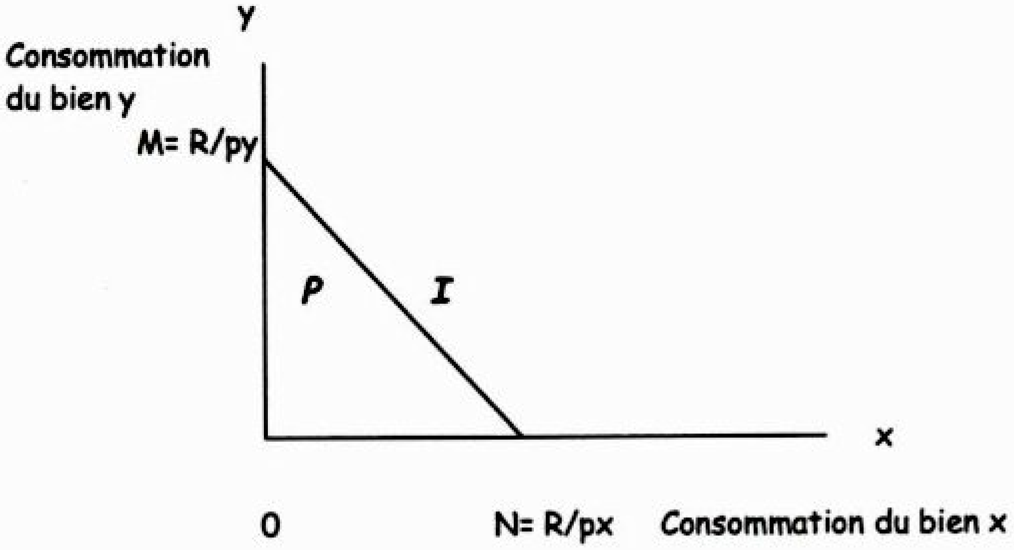
Son équation est: $\mathbf{R = (P_x \times x) + (P_y \times y)}$,

où $\mathbf{P_x}$ est le prix unitaire et **x** la quantité du bien **X**; et $\mathbf{P_y}$ le prix et **y** la quantité du bien **Y**.

Si on résout l'équation pour **y**, on a : $\mathbf{y = (- P_x / P_y) \times x + (R/ P_y)}$

La pente de la droite budgétaire est : $\mathbf{- P_x/P_y}$

Graphique 4 : La droite budgétaire



Interprétation : La droite de budget à donc pour équation : $y = -\frac{Px}{Py}x + \frac{R}{Py}$.

Elle a une pente négative égale à : $-\frac{Px}{Py}$.

Son ordonnée à l'origine est égale à $\frac{R}{Py}$ (point M). Elle partage l'espace des combinaisons des biens (le plan XOY) en deux parties : celle des combinaisons possibles pour le consommateur (P) et celle des combinaison impossibles (I). En effet, pour chaque point du plan (I), la dépense totale serait supérieure au revenu du consommateur. En revanche, pour chaque point du plan (P : triangle OMN), cette dépense serait inférieur, elle n'épuise pas totalement le revenu du consommateur.

Les seules combinaisons qui répondent à cette condition d'épuisement total du revenu R du consommateur, sont celles situées strictement sur la droite de budget MN.

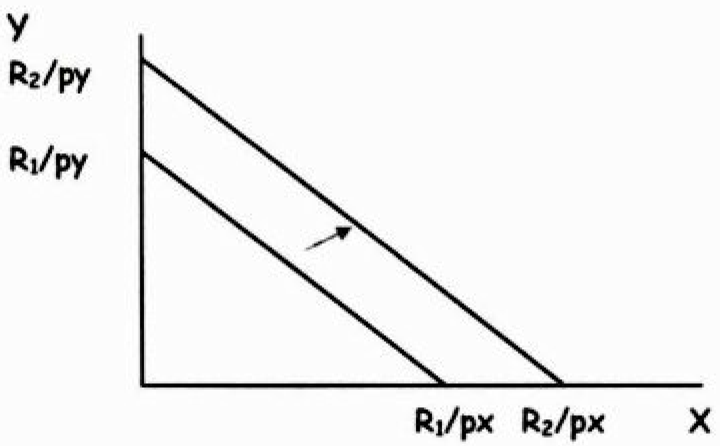
N.B : En chaque point de la droite de budget MN, le rapport entre la quantité cédée de Y (dy et la quantité obtenue de x (dx)) est constant. Ce rapport n'est

autre que la pente de la droite de budget. Donc : équation : $\frac{dy}{dx} = -\frac{Px}{Py}$ *. En valeur absolue ce rapport est égal au TMS x/y.*

<u>Variation des droites budgétaires</u>

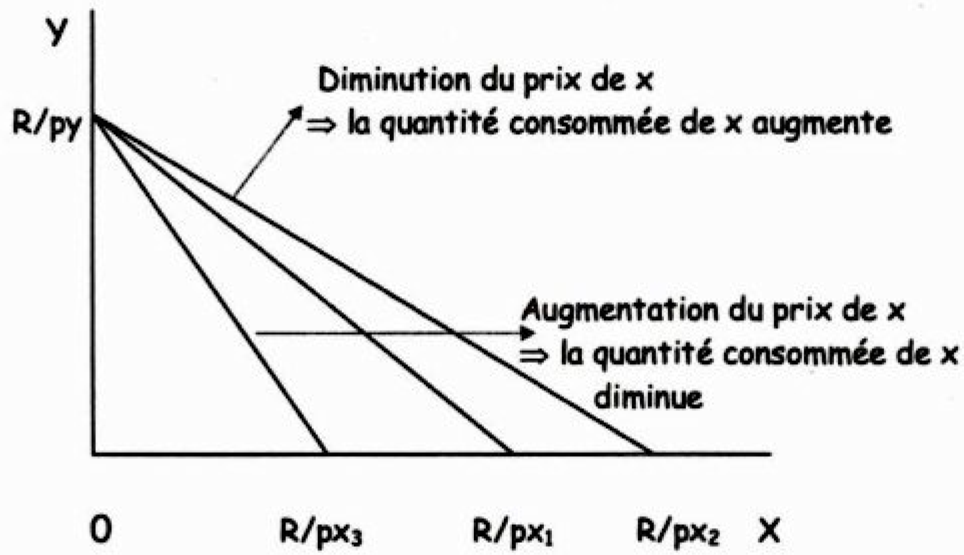
3.1.1 <u>Variation du revenu</u>

<u>Graphique 5 : Variation du revenu avec prix inchangés</u>



3.1.2 Variation des prix :

<u>Graphique 6 : Variation du prix d'un bien x avec revenu inchangé</u>



3-2 Analyse de l'équilibre du consommateur

3.2.1 Principe général

Soit l'équation du budget du consommateur : **R** $= \sum_{i=1}^{i=n} xipxi$ où $\mathbf{x_i}$ représente la quantité consommée du bien i, (i=1àn). L'accroissement de la fonction d'utilité totale qui résulte de l'accroissement d'une unité supplémentaire du bien x_i est :

$$\mathbf{Um_{xi} = dU/dx_i.}$$

On divise l'utilité marginale de chaque bien par son prix, soit :

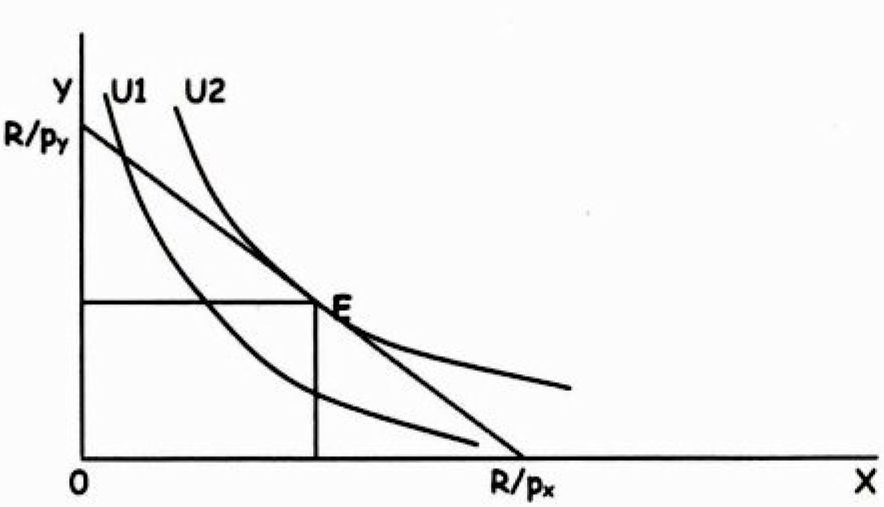
$\mathbf{Um_{xi}/p_{xi}}$ **= l'utilité marginale pondérée par le prix.**

Puis on compare ce rapport pour les différents biens : le consommateur maximise son utilité lorsque les utilités marginales pondérées par les prix des biens considérés sont égales.

⇒ À l'équilibre (l'optimum du consommateur), pour 2 biens X et Y:

$$\mathbf{Um_x / p_x = Um_y / p_y}$$

<u>Graphique 7 : Détermination graphique de l'équilibre</u>



L'équilibre est atteint si le consommateur choisit le panier de biens qui lui procure le niveau maximum de satisfaction, étant donné son revenu limité et les prix en vigueur. Il doit donc rechercher la combinaison de biens x_i qui maximisent sa fonction d'utilité, et satisfaire l'équation budgétaire. **La courbe d'indifférence qui procure le maximum de satisfaction est celle qui est tangente à la droite budgétaire.** Le point E représente la position d'équilibre du consommateur. **En ce point, la pente de la courbe d'indifférence U_2 (dy/dx) est égale à celle de la droite du budget MN (-Px/Py):**

Il s'agit généralement d'un équilibre de court terme, et d'un équilibre en situation de rareté.

$$\Rightarrow dy/dx = -p_x/p_y$$

En prenant en considération l'écriture du TMS, on peut écrire :

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{Px}{Py} \Rightarrow -\frac{dy}{dx} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow TMS = \frac{Px}{Py} \ ;$$

$$\Rightarrow \textbf{TMS x/y} = -\frac{dy}{dx} = \frac{Umx}{Umy} \Rightarrow \frac{Umx}{Umy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py}$$

On peut donc énoncer la règle suivante :

A l'équilibre (l'optimum) du comportement du consommateur, le rapport des utilités marginales est égal au rapport des prix ; ou encore, il y a égalité des utilités marginales pondérées par les prix.

C'est ce qui permet d'ailleurs de retrouver l'approche analytique de la recherche de l'équilibre du consommateur.

3.2.2 La détermination analytique de l'équilibre

Quand on connaît d'une part, la fonction d'utilité (fonction objective à maximiser) et d'autre part, la contrainte budgétaire (revenu), on peut déterminer l'équilibre (l'optimum) du consommateur par une approche purement analytique qui a l'avantage d'être facilement généralisable lorsque le choix du consommateur porte sur plusieurs biens.

Cette approche analytique utilise deux méthodes qui aboutissent aux mêmes résultats : la méthode de substitutions et la méthode du multiplicateur de Lagrange.

a)La méthode de substitution

Soit la fonction objective à maximiser $\mathbf{U(x,y) = f(x,y)}$

Sous contrainte $\mathbf{R = x\ p_x + y\ p_y}$

On exprime Y en fonction de X, soit :$\mathbf{y=(-P_x/P_y) \times x + (R/P_y) = (R - x\ P_x)/\ P_y}$

Puis on remplace y par cette valeur dans la fonction d'utilité :

$$\Rightarrow \mathbf{U(x,y) = f\,(x, (R - x\ P_x)/\ P_y)} \qquad \mathbf{(1)}$$

Donc, la fonction d'utilité devient une fonction de x seul, du revenu et des prix.

Les conditions de maximisation sont: la dérivée 1ère, f'(x) = 0 et la dérivée seconde, f''(x) < 0.

A partir de ces résultats, on peut déterminer les quantités des biens X et Y qui maximisent l'utilité.

b)La méthode du multiplicateur de Lagrange

La fonction objective à maximiser est **$U = f(x,y)$**

Sous contrainte **$R = x\,p_x + y\,p_y$**

La fonction Lagrangienne est: $L(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda\,(R - x\,p_x - y\,p_y)$

Fonction U **contrainte ou**

Équation du budget

λ est le multiplicateur de Lagrange qui est ≥ 0.

Pour maximiser cette fonction, 2 conditions doivent être satisfaites :

condition de 1er ordre : calculer les dérivées partielles de L par rapport à chacune des 3 variables (x, y, λ) et égaliser ces dérivées à 0 :

$$L'x = dL/dx = f'x - \lambda\,p_x = 0 \Rightarrow f'x = \lambda\,p_x \qquad (1)$$

$$L'y = dL/dy = f'y - \lambda\,p_y = 0 \Rightarrow f'y = \lambda\,p_y \qquad (2)$$

$$L'\lambda = dL/d\lambda = R - x\,p_x - y\,p_y = 0 \qquad (3)$$

Les conditions de 1[er] ordre sont obtenues immédiatement à partir de ce système. En effet, le rapport des égalités **(1)** et **(2) permet d'écrire :**

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{f'_x}{f'_y} = \frac{p_x}{p_y} \ \text{(a)} \qquad \text{ou} \qquad \frac{f'_x}{p_x} = \frac{f'_y}{p_y} \ \text{(b)}$$

Le calcul de ce système, **(1), (2) et (3),** nous procure les valeurs de x et y pour lesquelles il y un extremum.

<u>Condition de 2ème ordre</u> :

Cet extremum correspond-il à un maximum ou à un minimum ? Pour répondre à cette question, on forme une matrice **Hessien H*** composée des dérivées secondes par rapport à x, y et λ.

Si le déterminant H* est > 0, il y a un maximum.
Si le déterminant H* est < 0 ; il y a un minimum.
Soit en écriture matricielle :

$$H^* = \begin{vmatrix} \frac{d^2L}{dX^2} & \frac{d^2L}{dXdY} & \frac{d^2L}{dXd\lambda} \\ \frac{d^2L}{dYdX} & \frac{d^2L}{dY^2} & \frac{d^2L}{dYd\lambda} \\ \frac{d^2L}{d\lambda dx} & \frac{d^2L}{d\lambda dY} & \frac{d^2L}{d\lambda^2} \end{vmatrix} > 0$$

On peut remarquer que le déterminant Hessien est symétrique par rapport à la 1ère diagonale.

Interprétation économique

Les égalités (1) et (2), ci-dessus, représentent bien les conditions d'équilibre du consommateur puisqu'elles signifient économiquement que le rapport des utilités marginales $(\frac{f'X}{f'Y})$ est égal au rapport des prix $(\frac{Px}{Py})$; ce qui signifie également que l'équilibre du consommateur est réalisé lorsque les utilités marginales des biens pondérées par leur prix sont égales. Soit

$$\frac{Umx}{Umy} = \frac{Px}{Py} \Rightarrow \frac{Umx}{Px} = \frac{Umy}{Py}$$

La combinaison (x,y) des quantités des biens X et Y, obtenue à partir de l'une de ces deux égalités, permet au consommateur de maximiser sa satisfaction, compte tenu de sa contrainte budgétaire. En effet, c'est cette combinaison qui permet au consommateur d'avoir le maximum d'utilité tout en épuisant son revenu.

3.3. Courbe de consommation-prix, courbe de consommation-revenu et courbe d'Engel

Le choix optimal d'un consommateur ayant une « carte d'indifférence » déterminée, dépend du niveau de son revenu et/ou du niveau des prix des biens de consommation (en particulier du rapport des prix).

On suppose que la « carte d'indifférence » du consommateur (ses goûts) ne change pas. Une variation du revenu (R) et/ou des prix (pi) n'aura aucun effet sur les courbes d'indifférences du consommateur, mais provoquera évidemment, une modification du choix optimal en raison de la modification de la contrainte budgétaire (déplacement de la droite de budget).

3.3.1 La courbe de consommation-prix

Si le prix d'un ou de plusieurs biens varient, alors que le revenu reste inchangé, comment l'équilibre du consommateur est-il affecté ?

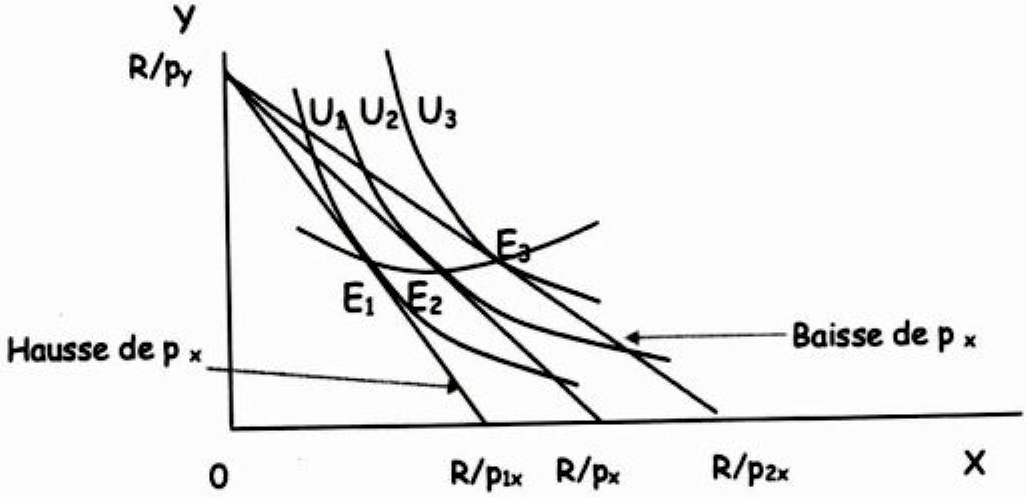
a) Variation du prix d'un seul bien

Soit la contrainte budgétaire : $\mathbf{R = x\ p_x + y\ p_y}$ (1)

$$\Rightarrow y = (-x\ p_x/p_y) + R/p_y$$

Si p_x varie, les quantités consommées du bien X vont varier elles aussi et la droite budgétaire va connaître un décalage par rapport à la position initiale. ⇒ **La pente varie également ainsi que R/p_x.**

<u>Graphique 8 : La courbe de consommation-prix (CCP)</u>



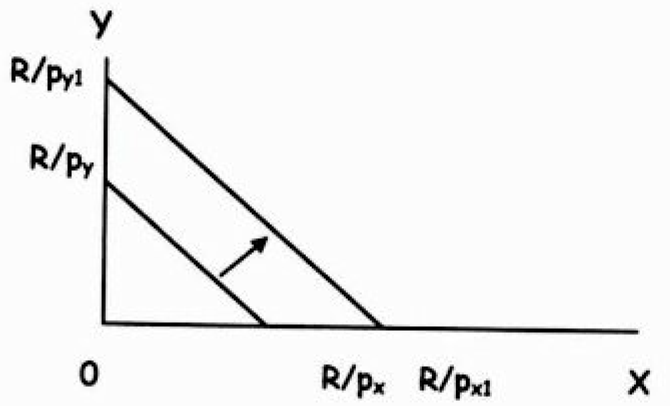
Il ressort de ce graphique que l'inclinaison de la droite du budget découle de la variation de p_x, ce qui fait que le point d'équilibre du consommateur change de position. **La courbe de consommation-prix est obtenue en reliant les points d'équilibre E_1, E_2, E_3.**

b) Variation des prix de plusieurs biens

Plusieurs cas peuvent se présenter, à savoir une variation des prix dans les mêmes proportions, ou dans des proportions différentes, ce qui se traduit par de nouveaux équilibres pour le consommateur.

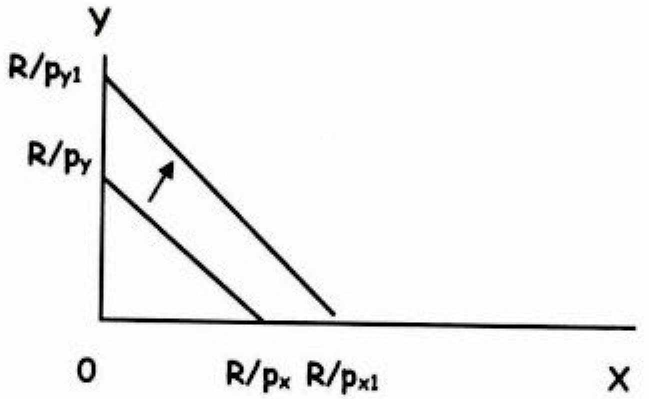
1er cas : si les prix baissent dans les mêmes proportions, pour 2 biens **X** et **Y**, le rapport des prix p_x/p_y reste inchangé.

Graphique 9 : Variation des prix dans les mêmes proportions



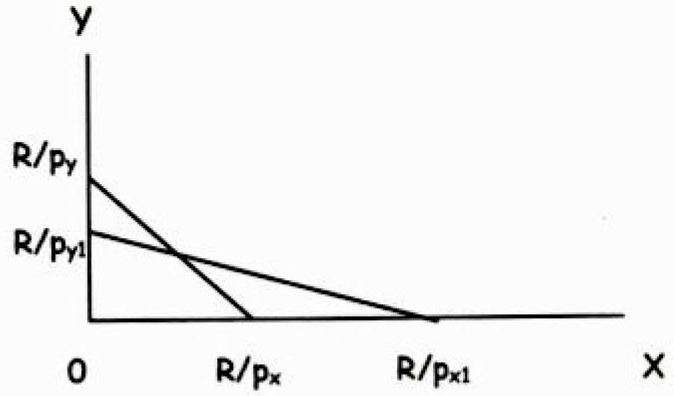
2ème cas : si le prix du bien **Y** baisse dans une proportion plus forte que celle du prix du bien **X**; p_x/p_y va augmenter. (Considérer le cas d'une augmentation du prix de **Y**).

Graphique10: Variation des prix dans des proportions différentes



3ème cas : si le prix du bien **X** baisse alors que celui du bien **Y** augmente, p_x/p_y va baisser. (Considérer le cas d'une augmentation du prix de **X** et d'une baisse du prix de **Y**).

Graphique11 : Variation des prix dans des proportions différentes



3.3.2 La fonction de la demande : construction de la fonction de demande à partir de la courbe de consommation-prix

La demande d'un consommateur pour un bien X est fonction de plusieurs variables : le goût et les préférences, le revenu, le prix du bien X, le prix des autres biens I.

Cette demande est supposée l'existence d'un pouvoir d'achat ; c'est-à-dire que c'est une demande solvable.

La relation entre une quantité demandée du bien X, pendant un intervalle de temps déterminé, et ces variables peut s'écrire :

$$D_{dx} = f(G, R, p_x, p_i) \text{ ; avec}$$

- D_{dx} : quantité de bein X demandée par le consommateur pendant un intervalle de temps ;
- G : goûts du consommateur ;
- R : revenu du consommateur ;

- p_x : prix du bien X ;
- p_i : prix des autres biens (qu'ils soient ou non substituables ou complémentaires)

Pour la demande d'un bien X on peut distinguer :

- ***la demande individuelle*** : qui émane d'un consommateur (individu, ménage, autres agents économiques) ;
- ***la demande globale*** : qui représente la somme des demandes individuelles adressées à l'industrie, à la branche ou au marché ;
- ***la demande à une firme déterminée*** : qui concerne directement la vendeur du produit X.

a) La loi de la demande normale

La fonction de demande individuelle est déduite à partir du **comportement rationnel** du consommateur. Elle est exprimée en fonction de plusieurs variables.

a.1) La fonction de demande classique

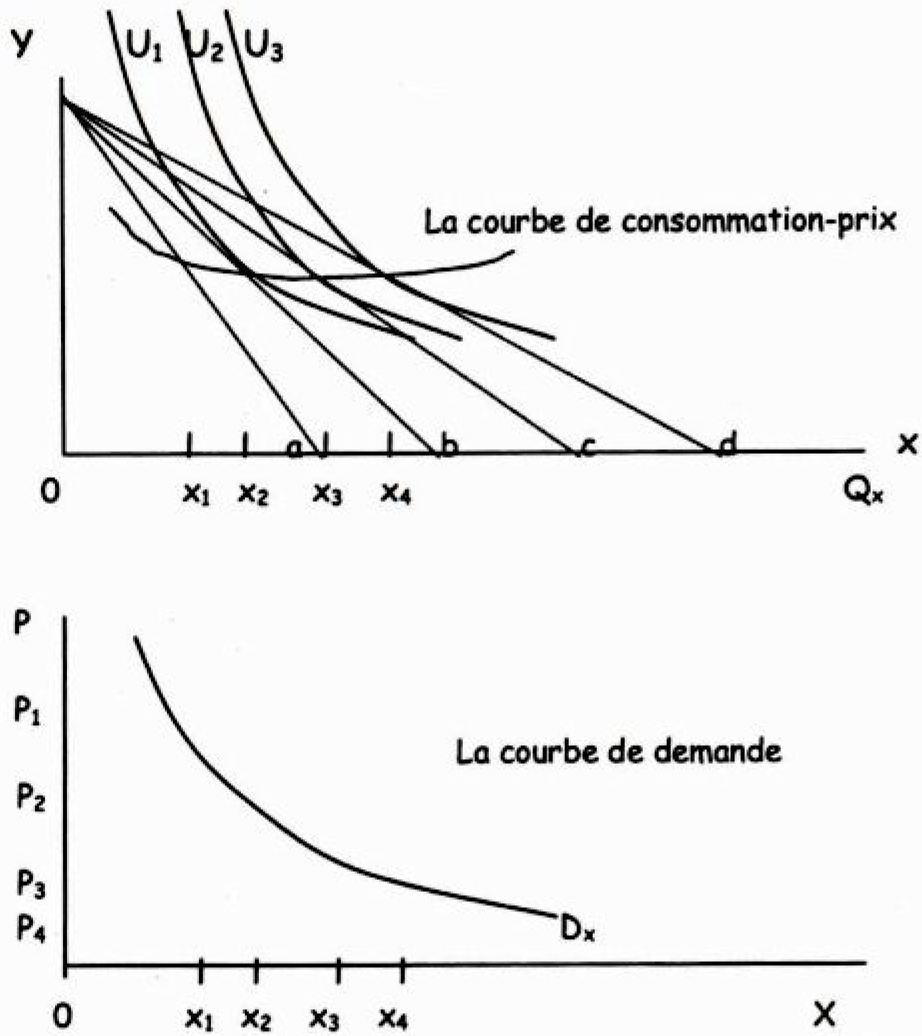
La fonction de demande classique est celle qui met en relation la quantité demandée en un bien X, (D_{dx}) et le prix de ce même bien X, (p_x). Cette fonction suppose réalisée la clause toutes choses égales par ailleurs, c'est-à-dire que :

- seul le prix de X, p_x, varie ;
- le prix de l'autre bien Y,p_y, (ou des autres biens I, p_i) est fixe ;
- le revenu du consommateur est fixe.

La courbe représentative de cette fonction s'obtient à partir de la courbe de consommation-prix.

Le passage de la courbe de consommation-prix à la courbe de demande individuelle pour le bien X, quand le prix de ce bien (p_x) baisse est indiqué par **le graphique 13.**

<u>Graphique 12 : Construction de la courbe de demande individuelle</u>



a.2) Procédure de dérivation de D_x

Ce graphique montre qu'à des niveaux de prix de plus en plus bas ($p_1, \ldots, p_4$) correspondent des quantités demandées de plus en plus élevées ($x_1, \ldots, x_4$). Ce qui correspond à la loi de la demande normale selon laquelle la courbe de la fonction de demande est une fonction décroissante du prix, ce qui veut dire que la dérivée première de D_x : $f'(P_x) < 0$.

Remarques :

1. La courbe de demande individuelle représente les intentions d'achats d'un consommateur, à un instant donné, pour différents prix.
2. La courbe de demande est normale tant que l'effet de substitution et l'effet de revenu jouent dans un même sens, c'est-à-dire tous deux de sens opposé à la variation du prix. L'effet total est donc de sens opposé à la variation du prix. C'est ce qui explique que la fonction de demande est une fonction décroissante du prix, comme signalé plus haut.
3. Même si l'effet de substitution et l'effet de revenu sont de sens opposés, on aura toujours une courbe de demande normale tant que l'effet de substitution est plus important que celle de l'effet de revenu, comme c'est le plus souvent la cas. Ici l'effet total est de même sens que l'effet de substitution, c'est-à-dire de sens opposé à la variation du prix.
4. La demande normale (fonction décroissante du prix) est caractéristique des biens dits ordinaires ou normaux et des biens dits supérieurs ou de lux.
5. il existe, cependant, des exceptions à ces règles (le paradoxe de Giffen et l'effet Veblen).

3.3.3 La demande à l'entreprise

Jusqu'à maintenant nous avons exprimé la demande du bien X comme une fonction du prix, X=f(P) avec X la quantité demandée du bien X et P son prix.

Cette fonction sera notée Q = f(P). Le produit de ces deux éléments (Q et P) constitue en fait la dépense du consommateur.

Or, la dépense du consommateur correspond à la recette de l'entreprise qui n'est autre que la quantité vendue multipliée par le prix.

Plus la quantité vendue est importante plus la recette est grande. Donc la recette est fonction de la quantité vendue et on peut l'exprimer comme suite:
Recette = f(Q)

Alfred Marshall a proposé une expression de cette demande à l'entreprise en donnant au prix le rôle de variable à expliquer; soit P=f(Q). Pour l'entreprise, ses recettes sont expliquées par les quantités demandées et vendus.

a) La structure des recettes: il y a la recette totale, moyenne et marginale

La recette totale notée RT est le produit de la quantité vendue (Q) par le prix
RT = P.Q = f(Q)

La recette moyenne notée RM constitue la demande à l'entreprise donc P = f(Q). elle correspond au rapport entre la recette totale et la quantité vendue
P = f(Q) = RT/Q=P.Q/Q.

La recette marginale notée Rm est l'accroissement de recettes dû à l'accroissement des unités vendues. Mathématiquement, elle correspond à la dérivée première de la recette totale par rapport à la quantité vendue. Soit
Rm = dRT/DQ.

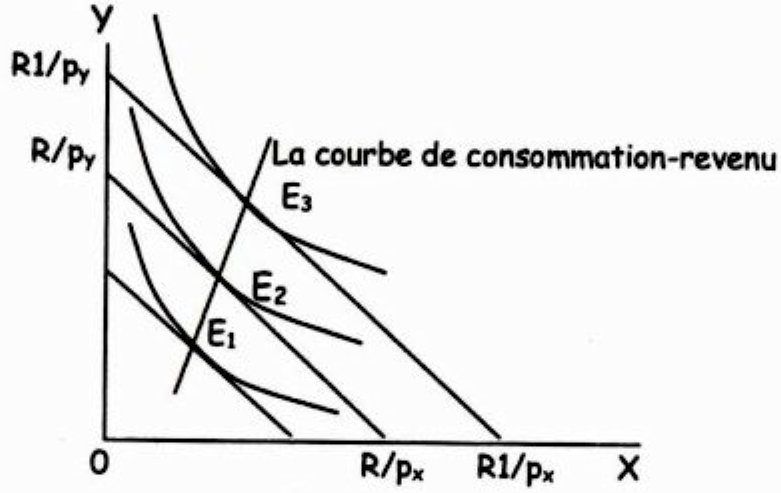
3.3.4 La courbe de consommation-revenu

Soit **U = f (x_i)** la fonction d'utilité d'un consommateur, qu'il doit maximiser sous la contrainte de son budget représenté par son revenu :

$$\Rightarrow y = -x\,(p_x/p_y) + R/p_y$$

Si le revenu varie, avec p_x et p_y inchangés (p_x/p_y constant), la droite du budget se déplace parallèlement à elle-même. Toute variation de la contrainte budgétaire aboutit à un nouvel optimum.

Graphique 13 : La courbe de consommation-revenu (CCR)

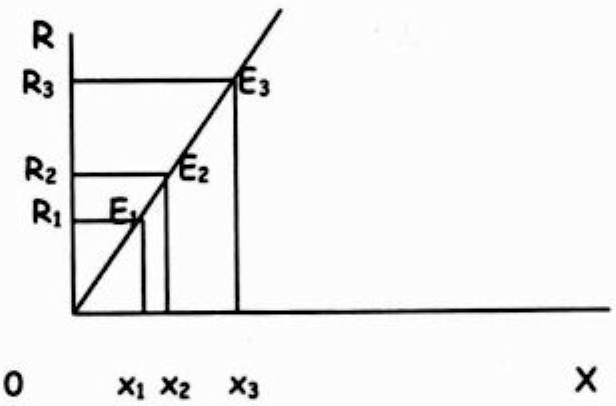


Cette courbe est obtenue en reliant les points d'équilibre E_1, E_2, E_3. Elle détermine les consommations optimales des biens en question quand R varie. Elle exprime donc le « **sentier du pouvoir d'achat** » du consommateur.
Pour chaque niveau d'utilité U_i, la CCR est définie à partir des conditions d'équilibre. Elle indique la structure de consommation adoptée par le consommateur selon la nature des biens consommés.

3.3.5 La courbe d'Engel

A partir de la CCR, on peut construire, pour chacun des biens qui constituent les combinaisons optimales de consommation, une fonction de la forme : $X_i = f(R)$ **qui correspond à la courbe suivante :**

__Graphique 14:__ **La courbe d'Engel**



Cette courbe indique la variation des quantités consommées d'un bien donné en fonction du revenu du consommateur. Sa forme dépend de la nature et la typologie des biens consommés.

Illustration: variation du revenu, de la CCR et de la courbe d'Engel selon la nature des biens.

Les coefficients budgétaires

Le coefficient budgétaire (C_b) est égal à la part de la dépense en un bien donné, soit, pour tout bien X_i: $C_b = (x_i\ p_{xi})/R$

Illustration : Relation entre la variation du C_b et la nature des biens quand le

L'exception à la règle

Il existe des cas où, paradoxalement la demande varie dans le même sens que la variation du prix (soit pour la totalité de la courbe de demande, soit au moins pour urne portion de celle-ci). Le cas le plus célèbre est celui observé par l'économiste Giffen.

Ce phénomène paradoxal a été analysé par l'économiste anglais du XIXè siècle Robert Giffen, en Irlande au cours des famines que ce pays subissait à cette époque et qui est une des causes de l'exode massif des Irlandais vers les Etats-Unis, la demande de pommes de terre augmentait en même temps que leur prix. La raison est que les pommes de terre constituaient l'essentiel de l'alimentation des Irlandais pauvres ; la hausse du prix de ce produit de base les contraignait à se priver d'autres produits alimentaires plus chers (mêmes s'ils sont plus agréables) et à consommer davantage de pommes de terre. Ainsi, l'effet revenu négatif neutralisait l'effet de substitution qui leur aurait normalement permis de remplacer les pommes de terre par d'autres biens alimentaires devenant relativement meilleurs marchés. Il s'agit, ici, de « l'effet Giffen ». On parle aussi de « bien Giffen » ou de « bien inférieur ». ce bien représente une part importante des dépenses de consommation.

3-4 Le surplus du consommateur

La détermination du prix d'équilibre du marché permet généralement de dégager deux notions qui intéressent les agents économiques : « le surplus du consommateur » et le « surplus du producteur ».

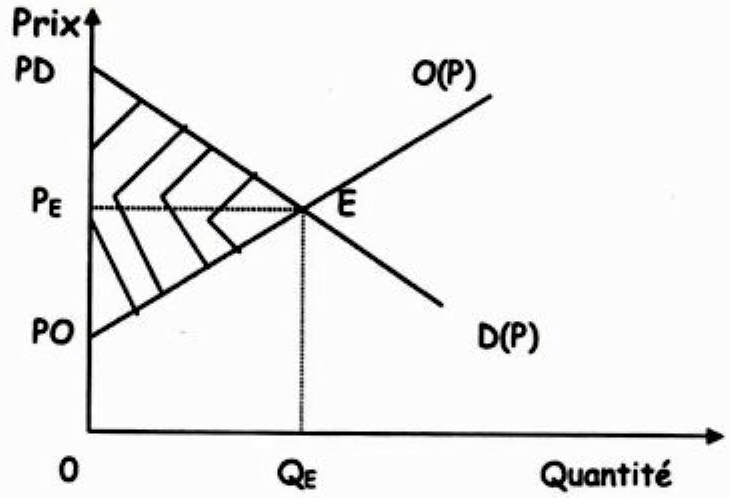
Le surplus du consommateur

C'est la différence entre le prix que le consommateur est prêt à payer pour une quantité donnée et le prix qu'il paie réellement. La somme obtenue de cette différence constitue le surplus du consommateur (figure 22).

Le surplus du producteur

De la même manière, on appelle « surplus du producteur » la rente, ou le gain, que les offreurs ont le sentiment de réaliser, en vendant leur production au prix d'équilibre du marché, alors qu'ils étaient prêts à vendre à un prix inférieur selon leur courbe d'offre (figure 16).

Graphique 15 : Le surplus des agents économiques



Surplus du consommateur = (P_EP_DE) ; Surplus du producteur = (P_EP_OE)

3-5 L'effet de substitution et l'effet revenu

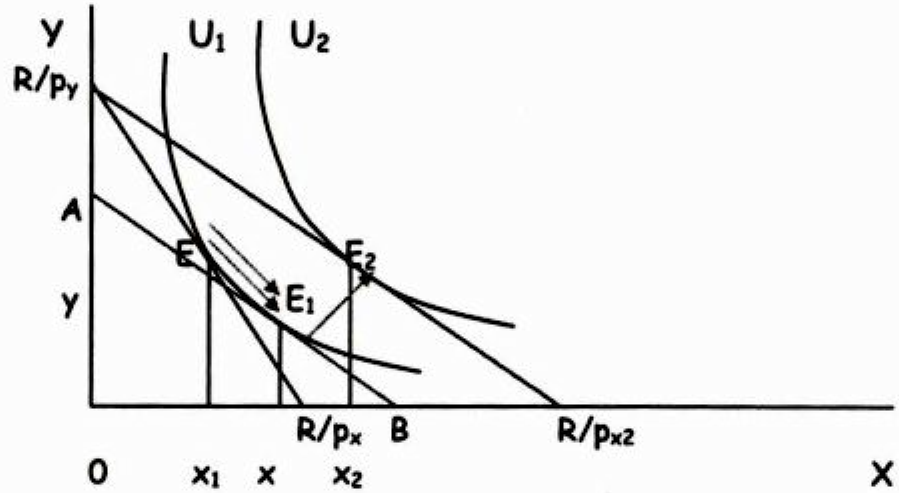
La modification des prix des biens de consommation se traduit par des effets sur le comportement du consommateur, et sur la structure de consommation. Il s'agit de **l'effet de substitution et de l'effet revenu** :

- ✓ une variation des prix relatifs conduit à un effet de substitution ;
- ✓ une variation du pouvoir d'achat ou du **revenu réel** se traduit par un effet revenu ;
- ✓ les deux effets sont, dans la réalité, indissociables, et se conjuguent pour modifier la consommation.

Le revenu nominal du consommateur est composé du salaire, intérêt du capital, dividendes…

Le revenu réel exprime le pouvoir d'achat de son revenu nominal, et varie en fonction de la variation des prix des biens en question.

Graphique 16 : Illustration de l'effet de substitution et de l'effet de revenu



⟹ = effet de substitution ; ⟶ = effet revenu.

L'équilibre initial est représenté par le point **E**, qui correspond au point de tangence entre la courbe d'indifférence **U_1** et la droite du budget représentée par **[R/py; R/px]**. En ce point, le **TMS = - dy/dx = Um_x /Um_y = p_x/p_y**

Quand le prix du bien X diminue **(R et p_y inchangés) ⇒ une nouvelle droite budgétaire [R/p_y; R/p_{x2}]. Il s'en suit un nouveau point d'équilibre E_2, qui correspond au point de tangence entre cette droite et une nouvelle courbe d'indifférence plus élevée, U_2, qui maximise la satisfaction du consommateur.**

Pour pouvoir appréhender graphiquement les 2 effets, on trace une nouvelle droite de budget parallèle à la droite **[R/p_y; R/p $_{x2}$]** et tangente à la courbe d'indifférence initiale **U_1**. Or, on sait que sur une même courbe d'indifférence l'utilité est constante, c'est-à-dire que les point **E** et **E_1** procurent le même niveau de satisfaction au consommateur. Donc, **E_1 indique un équilibre intermédiaire.**

Le passage de E à E_1 indique *l'effet de substitution*:

Le passage de E_1 à E_2 indique *l'effet revenu*:

La somme de ces 2 effets est égal à *l'effet total* de la baisse de p_x.

3-6. L'élasticité de la demande

Définition : L'élasticité mesure l'amplitude de la variation relative d'une grandeur ou variable (effet) en réponse à la variation relative d'une ou plusieurs variables dont elle dépend (cause). La relation de causalité suppose l'existence d'une variable dépendante ou expliquée, et de variables déterminantes ou explicatives.

D'une manière générale, pour toute fonction continue et dérivable **$y = f(x)$**, l'élasticité de **y** par rapport à **x** est représentée par la limite de l'accroissement relatif de **y** rapporté à l'accroissement relatif de **x**, soit:

$$e = \lim (\Delta y/y) / (\Delta x / x)$$

Ou bien, en utilisant les symboles de dérivation:

$$e = (dy/y) / (d x/x) = (dy/d x) \times (x/y) = f'(x) \times (x/y)$$

3.6.1 L'élasticité de la demande par rapport au prix.

La quantité demandée d'un bien X dépend des variations d'une ou de plusieurs variables explicatives, dont le prix du bien X, le revenu du consommateur, les prix d'autres biens, soit: **$D_x = f(R, p_x, pi \ldots.)$**

L'élasticité-prix de la demande du bien X peut être calculée soit par rapport à son prix : c'est l'élasticité-prix directe, soit par rapport au prix d'autres biens : c'est l'élasticité-prix croisée ou indirecte.

a)- L'élasticité-prix directe

Cette élasticité exprime la réaction de la demande de consommation d'un bien aux variations du prix de ce même bien, soit:

$$e_{px} = (dDx/Dx) / (dp_x/ p_x)$$
$$= (dDx/ dp_x) \times (p_x / Dx)$$

Avec Dx = demande initiale, et dDX = la variation de la demande qui est exprimée par la différence entre la nouvelle quantité demandée et la demande initiale; et p_x = prix initial, et dp_x = la variation du prix qui est exprimée par la différence entre le nouveau prix et le prix initial.

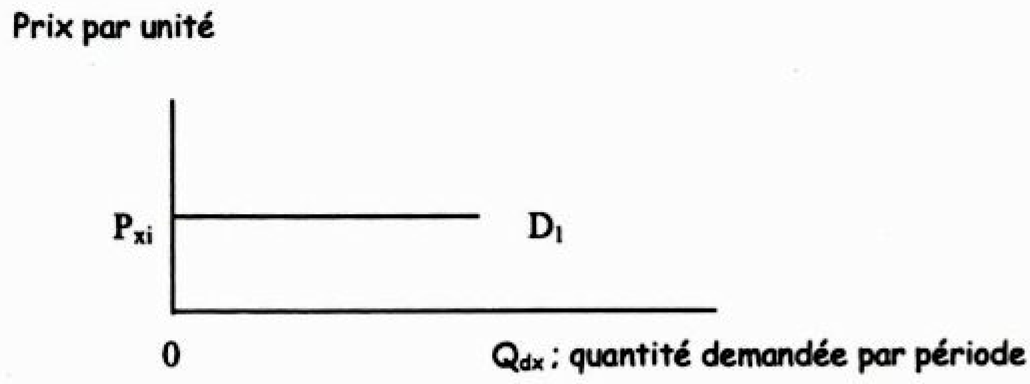
Interprétation: en règle générale quand les prix varient de 1%, la quantité demandée varient de e%.

Propriété : Il est à rappeler qu'il existe une relation inverse entre la demande et le prix en vertu de la loi de la demande. Il en résulte qu'en général, dans le cas d'une « demande normale », **l'élasticité-prix est de signe négatif.**

Plusieurs cas peuvent se présenter selon l'intensité de la réaction de la demande aux variations des prix :

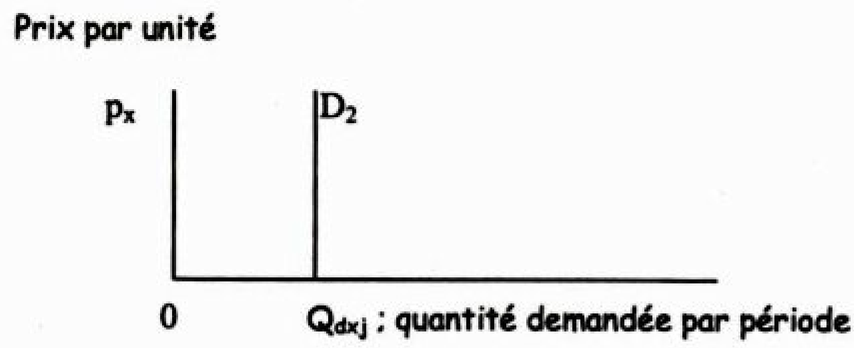
a.1) : La demande est parfaitement élastique

Graphique 17 : Illustration de la demande parfaitement élastique



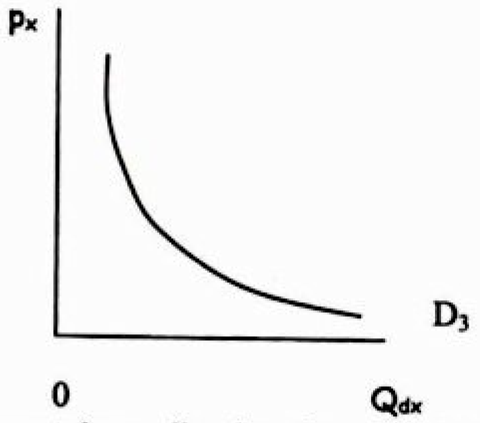
a.2) : La demande est parfaitement inélastique

Graphique 18 : Illustration de la demande parfaitement inélastique



a.3) : La demande pour laquelle l'élasticité est unitaire

Graphique 19 : Illustration de la demande unitaire



Entre ces cas extrêmes, il existe des cas relatifs tels que :

$-\infty < ep < -1$ $\Rightarrow$ la demande est relativement élastique ;

$-1 < ep < 0$ $\Rightarrow$ la demande est relativement inélastique.

Les fonctions de demande varient en sensitivité (élasticité) d'un marché (ou d'un bien) à un autre.

b)- L'élasticité-prix croisée de la demande

L'élasticité croisée permet, à partir de son signe algébrique, de caractériser les biens consommés et la relation qui existe entre eux. Elle exprime la variation relative de la demande de consommation d'un bien **I** consécutive à la variation relative du prix du bien **J**, soit pour toute fonction de demande **$D_i=f(p_j)$** :

$$e_{i/j} = dDi/Di \, / \, dp_j/\, p_j$$

Deux cas importants peuvent être distingués :

$e_{i/j} > 0$ $\Rightarrow$ les biens **I** et **J** sont substituables ou concurrents ;

$e_{i/j} < 0$ $\Rightarrow$ les 2 biens sont complémentaires.

3.6.2 L'élasticité de la demande par rapport au revenu

La fonction **Dx = f(R) exprime la quantité demandée d'un bien X en fonction du revenu du consommateur.** L'élasticité de la demande par rapport au revenu, ou élasticité revenu de la demande est:

$$\mathbf{e_R = (dDx/Dx) / (dR/ R) = (dDx/ dR) \times (R / Dx)}$$

avec Dx = demande initiale, et dDX = la variation de la demande ou la différence entre la nouvelle quantité demandée et la demande initiale;
et R = revenu initial, et dR = la variation du revenu ou la différence entre le nouveau revenu et le revenu initial.

Quatre cas peuvent être distingués :

- ✓ $\mathbf{e_R = 1 \Rightarrow dDx/Dx = dR/ R}$: **dans** ce cas la demande de consommation croît au même rythme que le revenu.
- ✓ $\mathbf{0 < e_R < 1 \Rightarrow 0 < dDx/Dx < dR/ R}$: dans ce cas la demande croît avec le revenu, mais moins que proportionnellement.
- ✓ $\mathbf{e_R > 1 \Rightarrow (dDx/Dx) > dR/ R}$: dans ce cas la demande augmente relativement plus que proportionnellement par rapport au revenu.
- ✓ $\mathbf{e_R < 0 \Rightarrow (dDx/Dx) / (dR/ R) < 0 \Rightarrow (dDx/ dR) \times (R / Dx) < 0}$

$$\mathbf{\Rightarrow dDx/ dR < 0 \text{ ; puisque } R / Dx > 0}$$

Dans ce cas la demande diminue en valeur absolue quand le revenu augmente. Généralement, cette diminution se manifeste à partir d'un certain seuil de revenu.

Glossaire :

Pouvoir d'achat (*shasing power*) : quantité de biens et services qu'un certain revenu permet d'obtenir.

Revenu réel (*real income*) : c'est le revenu nominal déflaté (moins l'inflation).

Revenu nominal (*nominal income*) : c'est le revenu monétaire que touche un agent économique.

Illusion monétaire (money illusion) consiste à ne considérer que la hausse nominale de revenu sans tenir compte de la hausse des prix qui influe sur le pouvoir d'achat.

2ème partie : Le comportement du producteur et technologie

Chapitre 4 : Le calcul économique du Producteur

Le calcul économique du producteur est parfaitement calqué sur celui du consommateur ; ce qui est conforme à la logique de la théorie néo-classique.

La théorie de la production est facile que la théorie du consommateur car l'output d'un processus de production est en principe observable alors que « l'output » de consommation (utilité) n'est pas directement observable.

Le producteur est assimilé à l'entreprise qui achète et combine les moyens (ou facteurs) de production, en vue de produire des biens et services destinés à « la vente ».

Le comportement du producteur (ou de l'entreprise) est conditionné par plusieurs facteurs, dont principalement:

- ✓ les facteurs qui déterminent la production de quantités de biens et de services en vue de les vendre;
- ✓ les représentations des possibilités technologiques disponibles à l'entreprise;
- ✓ les relations entre les inputs utilisés et les outputs produits ?

Inputs : Facteurs de production → **Entreprise : technologie**

↓

Output : Produit

Les catégories d'inputs sont le travail (L) et le capital (K), dans lequel on inclue par convention la terre, le capital physique (machines), le progrès technique et les matières premières. Compte tenu de la technologie utilisée par le producteur pour obtenir une certaine quantité de produit à partir de chaque combinaison particulière d'inputs, le producteur vise à atteindre les objectifs suivants :

Objectif 1 *:* **La maximisation du profit,** ce qui reflète la rationalité économique des décisions du producteur (il peut toutefois être concerné par l'augmentation de la production ou par des objectifs d'ordre social).
Objectif 2 *:* Pour réaliser cet objectif, le producteur doit chercher « **la combinaison des facteurs de production la plus efficiente possible** », ce qui correspond à trouver « **le procédé de fabrication le plus rentable** », **sous contraintes techniques et économiques,** tout en étant capable de prendre des **décisions relatives à la nature et à la qualité du produit.**
Objectif 3 *:* Le producteur est en mesure **d'appréhender la fonction de production** pour le bien ou service qu'il produit.
Objectif 4 *:* Le producteur est capable de **calculer et de suivre ses coûts de production, en vue de les minimiser. Il doit donc être compétitif.**

4.1. La fonction de production

La fonction de production met en relation la quantité produite et les quantités d'inputs utilisées. Considérons un ensemble d'inputs $\mathbf{x_i}$; (i= 1 à n) nécessaires à la production d'une quantité d'un bien donné tel que: $\mathbf{Qi = f(x_i)}$.
C'est une fonction positive, supposée être continue et dérivable.

Pour analyser la fonction de production, on fait référence à l'activité principale de l'entreprise, soit à court terme ou à long terme.

4.1.1 Les productivités et les rendements factoriels

a)- La productivité

La notion de productivité des facteurs est étudiée pour une période de court terme. Ce concept est également désigné par : rendement ou produit.

La fonction de production est généralement exprimée en fonction du travail (L) et du capital (K), soit $\mathbf{Q = f(L, K)}$.

Il existe 3 types de productivité :

La productivité totale de L notée PTL = $\mathbf{f(L, K_0)}$

C'est la quantité produite résultant de la combinaison d'une quantité constante du capital et d'une quantité variable du travail.

La productivité moyenne de L notée PML = $\mathbf{Q/L = f(L, K_0)/L}$

Le rendement d'un facteur de production est mesuré par sa productivité moyenne, c'est-à-dire le rapport entre la quantité produite et la quantité nécessaire de ce facteur (l'autre restant constant). On peut également calculer le rendement factoriel du capital = $\mathbf{f(L_0, K)/K}$, dans le cas où on maintient le travail constant tout en faisant varier le capital.

La productivité marginale de L notée PmL exprime la variation de la productivité totale résultant d'une variation unitaire supplémentaire de la quantité du travail utilisée.

$$\mathbf{PmL = dPTL / dL = f' (L, K_0) = dQ/dL}$$

La productivité marginale est égale à la dérivée de la productivité totale. Elle est égale à la pente de la courbe de la productivité totale en chaque point de cette courbe. ***Les rendements factoriels implique que l'augmentation de la production peut être obtenue dans le court terme en faisant varier le facteur aisément variable-le travail- et en maintenant constant le facteur capital (f(L, K₀)/L).***

a.1) La loi des rendements décroissants

__**Définition**__ : soit $\mathbf{Q_i = f (x_i)}$, $\mathbf{x_i}$ étant une combinaison de facteurs de production. Soit $\mathbf{x_1}$ un facteur variable, les autres facteurs sont supposés constants, et l'état des techniques utilisées ne varie pas (situation de court terme).
On distingue souvent des zones de rendement croissant, et d'autres de rendement décroissant.

Si la quantité de $\mathbf{x_1}$ augmente, la production augmente d'abord plus que proportionnellement que l'augmentation de la quantité du facteur variable (rendement croissant), puis moins que proportionnellement, à partir d'un certain niveau d'utilisation de ce facteur, **ce qui vérifie la loi des rendements décroissants. Cette loi est également appelée « loi des productivités marginales décroissants » ou « loi du produit marginal décroissant ».**

Les autres facteurs de production contribuent eux aussi au niveau de productivité du facteur variable, du fait que la fonction de production retenue $\mathbf{f (L, K_0)}$ reflète une combinaison de **L** et une quantité donnée du capital au sens large.

D'où la notion de L'intensité d'utilisation du facteur fixe : IUFF = L/K.

Ainsi, en parlant de la fonction de production, il faut distinguer généralement deux notions importantes : les rendements non proportionnels et la loi de la productivité marginale décroissante dont on a parlé.
Lorsqu'on considère l'efficacité physique d'un facteur, en l'isolant fictivement des autres facteurs supposés invariable, on raisonne en termes de productivité du facteur variable.

Ainsi, tout accroissement de la production, par l'accroissement d'un facteur, les autres restant fixes, est d'abord plus que proportionnel à l'accroissement du facteur, puis moins que proportionnel. Ce qui est dons en jeu, ce n'est pas le rendement du processus productif dans son ensemble, mais la productivité marginale du facteur variable, comme le montre l'exemple suivant concernant la répartition par pays des investissements et prêts étrangers au Maroc :

a.2) Représentation graphique de la productivité

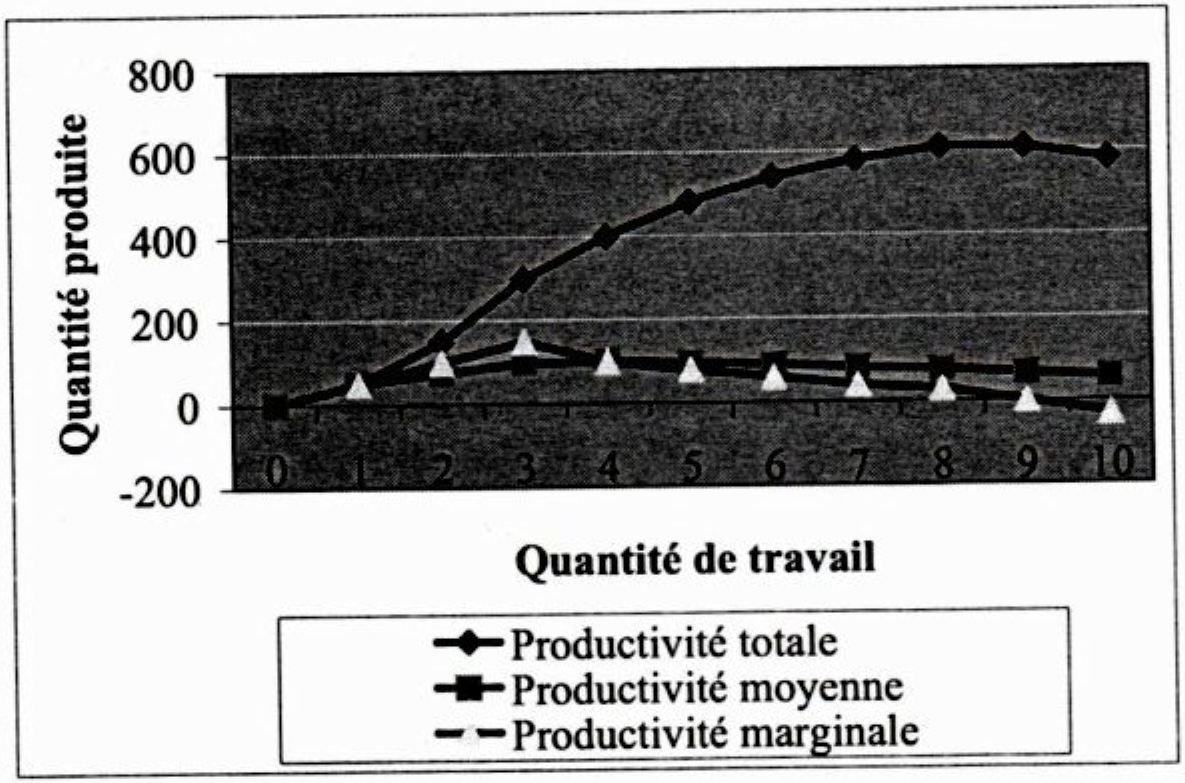
<u>Graphique 20 : Courbes des productivités totale, moyenne et marginale, et zones de production</u>

Répartition par pays des investissements et prêts étrangers au Maroc

Variation unitaire de la quantité de travail	Productivité totale	Productivité moyenne	Productivité marginale
0	0	0	
1	50	50	50
2	150	75	100
3	300	100	150
4	400	100	100
5	480	96	80
6	540	90	60
7	580	83	40
8	610	76	30
9	610	68	0
10	580	58	-30

A travers les données du tableau ci-dessus, nous pouvons remarquer une augmentation de la production ou la productivité totale puis sa stagnation à 610 avant qu'elle décroisse en tombant à 580. Nous allons calculé ainsi la productivité moyenne qui est la production totale divisée par la quantité du travail et la productivité marginale qui est la variation de la production totale induite par la variation unitaire de la quantité de travail. Ces trois productivités, à mesure que la quantité de travail augmente, se comportent de façon particulière. Leur comportement s'explique par la loi des rendements non proportionnels, comme le montre le graphique ci-dessous.

La loi des rendements décroissants se manifeste à partir d'un point d'inflexion qui marque le passage de la croissance croissante à la croissance décroissante de la production totale. Sur le graphique les rendements croissants vont de 0 à 610, les rendements décroissants vont de 610 jusqu'à 580 pour la partie positive de ces rendements décroissants et de 580 jusqu'à l'infini pour la partie négative de ces rendements.



On a par ailleurs trois zones quant à l'évolution des rendements : la première zone correspond à une variation positive de la productivité moyenne (la courbe de la productivité marginale est au-dessus de celle de la productivité moyenne), la production par quantité de travail est croissante jusqu'au quatrième unité de quantité de travail.

La deuxième zone correspond à une variation négative de la productivité, la courbe de la productivité marginale est au-dessous de celle de la productivité moyenne ; mais cette dernière reste toujours positive.

A partir de la neuvième unité de quantité de travail, la productivité marginale deviennent négative : elle correspond à la troisième zone de production. La répartition par pays en terme des investissements et prêts étrangers au Maroc réalise des pertes.

Propriétés des courbes de productivités:
Relation entre la productivité moyenne et la productivité marginale :
On Démontre que $dPML/dL = 1/L\,(PmL - PML)$

Cette équation donne lieu à 3 cas:

$d\,PML/dL = 0 \Rightarrow PmL = PML \Rightarrow$ PML est à son maximum
$d\,PML/dL > 0 \Rightarrow PmL > PML \Rightarrow$ PML est croissante
$d\,PML/dL < 0 \Rightarrow PmL < PML \Rightarrow$ PML est décroissante

Il découle de ces propriétés 3 espaces appelés ***« zones de production »***, qu'on peut interpréter par la notion d'élasticité de productivité.

4.1.2 La productivité à long terme: les rendements d'échelle

Si l'entreprise épuise la voie de rendement factoriel et qu'elle cherche à augmenter la productivité à long terme, elle devra dans ce cas modifier les deux facteurs de production : il s'agit de rendements d'échelle.

En effet, à long terme, l'échelle de production (ou taille de l'entreprise) se modifie quand les quantités utilisées des inputs varient. Par conséquent, la capacité de production installée de l'entreprise varie. Cette situation correspond aux « **rendements d'échelle** ».

Les combinaisons de ces inputs sont effectuées selon un procédé de production (technologie) et dans des proportions variables. Quelles sont les conséquences d'une modification dans la proportion de ces facteurs ?

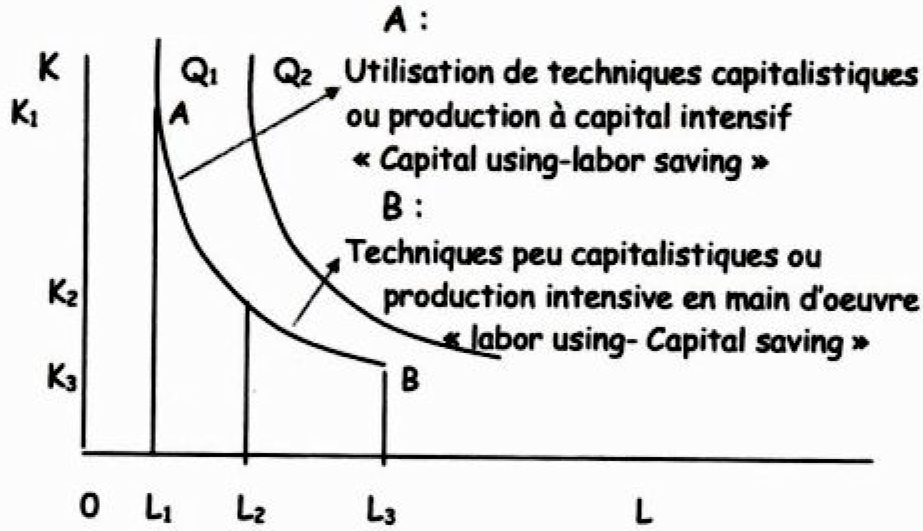
a)- L'analyse de la fonction de production : les isoquants

Définition : Un **isoquant** est une courbe qui représente des combinaisons d'inputs (**K** et **L**), qui sont utilisés d'une manière technologiquement efficiente, pour produire un certain niveau d'output. Il est également appelé **« courbe d'iso-produit ». Ce niveau d'output est le même tout au long d'un isoquant donné**.

Propriétés :

- ✓ Plusieurs isoquants forment une «**carte d'isoquants**»;
- ✓ Plus un isoquant est éloigné de l'origine des axes, plus il représente un volume de production plus grand ;
- ✓ Les isoquants ne se croisent jamais, ce qui reflète la rationalité du producteur ;
- ✓ La forme des isoquants dépend de la nature des inputs, qu'ils soient complémentaires ou substituables ;

Graphique 21 : Représentation graphique des isoquants



Chaque isoquant reflète la combinaison de 2 facteurs de production permettant d'obtenir des *« zones d'efficience »* de la fonction de production. Il **s'effectue, le long de cet isoquant une substitution des facteurs de production.**

b)- Les zones d'efficience de la fonction de production

Pour un même niveau de production, les zones d'efficience de la fonction de production correspondent aux portions d'isoquants où la substitution entre facteurs de production est possible. Ces zones sont variables selon la technique de production utilisée (intensité capitalistique ou intensité en main d'œuvre).

c)- Le taux marginal de substitution technique (TMST)

__Définition__ : Le TMST est un concept qui permet d'appréhender le degré de substitution entre 2 inputs, le long d'un même isoquant.

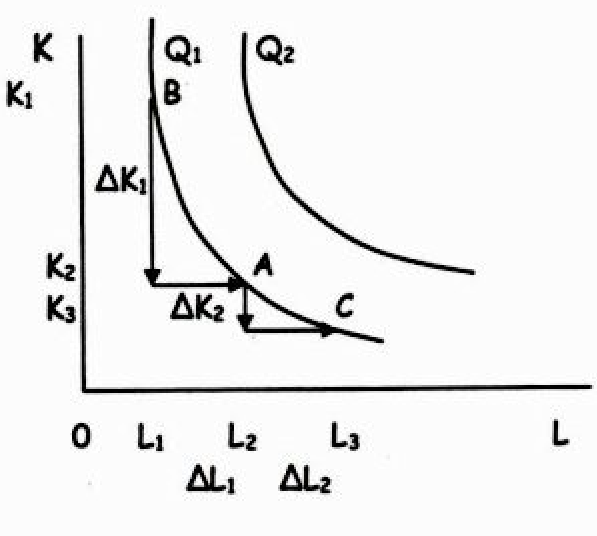
Le $TMST_{L/K}$ mesure la quantité du facteur capital que le producteur peut céder en contrepartie d'une quantité supplémentaire du facteur travail, tout en maintenant le même niveau de production. (Ou inversement, la quantité de l'input K qui est nécessaire pour compenser la perte de chaque unité de l'input L).

$$\mathbf{TMST_{L/K} = - dK/dL = Pm_L/Pm_K.}$$

C'est le rapport des productivités marginales des 2 inputs. Ce qui correspond à la pente de l'isoquant.

Le TMST est variable et décroissant et n'a de sens économique logique que dans la zone d'efficience définie dans le paragraphe précédent.

Graphique 22 : Illustration du TMST



Ce résultat indique la possibilité pour le producteur de choisir différentes combinaisons techniques de production. Mais est-ce que le choix sur la base du rapport des productivités marginales à lui seul est suffisant ?

Pour que le choix soit rationnel, le producteur doit tenir compte du coût des facteurs. Il doit être également en mesure de déterminer le degré de

substitution des inputs, à travers l'élasticité de substitution. Ensuite, il doit raisonner en termes d'isocoûts. (Ce concept sera étudié au chapitre 5).

d)- L'élasticité de substitution

L'élasticité de substitution permet de répondre à la question de savoir dans quelle mesure le producteur peut substituer les inputs entre eux, afin de produire une quantité Q_i d'un bien donné, tout en adoptant une technique de production combinant des quantités de **K** et de **L**. Cette combinaison peut être représentée par le rapport **K/L**, qui varie le long de l'isoquant.

Définition : L'élasticité de substitution permet de mesurer la variation relative du ratio **K/L** (variation relative de l'intensité d'utilisation de ces inputs) suite à une variation relative du $\mathbf{TMST_{L/K}}$.

Elle est notée **Es** et peut être exprimée comme suit :

$$\mathbf{Es = [d\,(K/L) \,/\, (K/L)] \,/\, [d\,(TMST) \,/\, TMST]}$$

$$\mathbf{\Rightarrow Es = [d\,(K/L) \,/\, d\,(TMST)] \times (TMST \,/\, (K/L))}$$

$$\mathbf{0 \leq Es \leq \infty}$$

Deux situations extrêmes peuvent se présenter :

- ✓ Si K et L sont parfaitement complémentaires ⇒ K/L est constant ;

$$\mathbf{\Rightarrow d\,(K/L) = 0 \Rightarrow Es = 0}$$

- ✓ Si K et L sont parfaitement substituables ⇒ le TMST est constant;

$$\mathbf{\Rightarrow d\,(TMST) = 0 \Rightarrow Es = \infty}$$

e)- Les rendements d'échelle

A long terme, la capacité de production de l'entreprise ou l'échelle de sa production varie, suite à la variation des quantités d'inputs utilisés. **Les effets**

de ces changements sur la production de l'entreprise sont appréhendés par les rendements d'échelle.

Les rendements d'échelle concernent la relation entre la quantité d'output ou échelle de production et les quantités des inputs utilisés, dans une proportion donnée.

La question des économies d'échelle est alors la suivante: si les quantités des facteurs de production augmentant de **x%**, quel est le pourcentage d'augmentation de la quantité de production **y%** qui sera réalisé?

Donc quand les quantités des inputs varient, il peut en découler 3 possibilités correspondant à 3 types de rendements d'échelle:

- ✓ **Les rendements d'échelle constants :**
- ✓ **Les rendements d'échelle croissants :**
- ✓ **Les rendements d'échelle décroissants :**

e.1) Approche pour mesurer les rendements d'échelle : le degré d'homogénéité d'une fonction de production

L'étude du degré d'homogénéité d'une fonction de production permet d'appréhender les rendements d'échelle.

Soit une fonction de production $\mathbf{Y = f(x_1 \ldots x_i \ldots x_n)}$; les inputs sont représentés par des variables indépendantes $\mathbf{x_i}$.

De façon générale, on dit que **Y** est homogène de degré **h**, si en multipliant les $\mathbf{x_i}$ par un même coefficient **m**, la fonction **Y** est multipliée par $\mathbf{m^h}$, soit :

$$\mathbf{Y_m = f(m\, x_i) = m^h \times f(x_i)}$$

Selon le principe d'homogénéité, **$Q = f(L, K)$ est homogène de degré h**, si en multipliant K et L par un même coefficient m, la fonction de production est multipliée par m^h.

$$\Rightarrow Q_m = f(m \times L, m \times K) = m^h \times f(L, K) = m^h \times Q$$

Le résultat auquel on aboutirait est équivalent à l'un des 3 cas suivants :

Si $h = 1 \Rightarrow m^h = m \Rightarrow Q_m = m \times Q \Rightarrow$ rendements d'échelle constants. Economiquement, cela veut dire que la production augmente proportionnellement à l'augmentation des quantités de facteurs.

Si $h > 1 \Rightarrow m^h > m \Rightarrow Q_m = m^h \times Q > m \times Q \Rightarrow$ rendements d'échelle croissants. Ce qui veut dire que la production augmente plus que proportionnellement par rapport à l'augmentation des quantités des facteurs.

Si $h < 1 \Rightarrow m^h < m \Rightarrow Q_m = m^h \times Q < m \times Q \Rightarrow$ rendements d'échelle décroissants. Cela veut dire que la production augmente moins que proportionnellement par rapport à l'augmentation des quantités de facteurs.

e.2) Un cas prticulier de la fonction de production homogène : la fonction de Cobb-Douglas

La fonction de Cobb-Douglas constitue un cas particulier des fonctions de production homogènes. Elle est notée:

$$Q = A\,K^{\alpha}\,L^{\beta} = A\,K^{\alpha}\,L^{1-\alpha}$$

Avec Q= quantité produite, K= capital et L= travail; A, α et β sont > 0; et $\alpha + \beta = 1 \Rightarrow \beta = 1 - \alpha$

Cette fonction est homogène de degré h = 1 et permet de réaliser des rendements d'échelle constants.

Propriétés de La fonction de Cobb-Douglas

- ✓ **La fonction de Cobb-Douglas permet une substitution parfaite entre les inputs utilisés.**

Démonstration

$$\mathbf{Q = f(L, K) = Ak^{\alpha} L^{1-\alpha}}$$

$f'_k = \alpha Ak^{\alpha-1}L^{1-\alpha}$; en multipliant les facteurs par un coefficient m, on aura :
on aura : $\mathbf{f'_K m = \alpha A(mk)^{\alpha-1}(mL)^{1-\alpha} = m^0 \alpha Ak^{\alpha-1}L^{1-\alpha} = m^0 f'_k = f'_k}$.

On : $(m^{\alpha-1})(m^{1-\alpha}) = m^{\alpha-1+1-\alpha} = m^0$

De la même manière on peut trouver que : $f'_L m = m^0 f'_L = f'_L$

$\Rightarrow \frac{f'_L}{f'_K} = \frac{Pm_L}{Pm_K} = TMST =$ constante $\Rightarrow$ facteurs de production parfaitement substituables.

En effet, si on fait varier K et L dans les mêmes proportions, les productivités marginales de ces inputs ne changent pas ; donc le TMST qui est leur rapport, reste constant, ce qui implique la substituabilité des facteurs.

Les dérivées de cette fonction par rapport à K et L restent constantes quelque soit **m** $\Rightarrow$ leur rapport (PmL/ PmK) est constant.

✓ **La fonction de Cobb-Douglas permet de vérifier le théorème d'Euler**

La fonction permet d'expliquer l'interprétation néo-classique de la répartition des revenus. En effet, selon cette interprétation, le volume de la production se répartit entre les facteurs de production, en fonction de leurs productivités marginales. C'est la règle d'épuisement du produit. Quand on passe de la production en volume à la production en valeur, si les facteurs de production sont rémunérés à leurs productivités marginales, la valeur de la production est répartie entre la rémunération du travail (masse des salaires) et la rémunération du capital (profits, intérêts). Cette explication est vérifiée mathématiquement, grâce à l'application du théorème d'Euler.

e.3)- Théorème d'Euler

Ce théorème est utilisé en théorie économique pour illustrer la répartition des revenus (ou du produit ou volume de la production). Dans le cas de la fonction de production **Q = f (L, K), la valeur de la productivité se répartie entre salaires (rémunération de L) et revenus du capital** (profits, intérêts, etc.). **Cette répartition est faite selon les productivités marginales des inputs.**

Enoncé du théorème : **Si $y=f(x_i)$ est une fonction homogène de degré h,**

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} x_i f'x_i = h \times f(x_i)\ ;\ i = 1 \text{ à } n.$$

La fonction de Cobb-Douglas (ainsi que toute fonction de production homogène) vérifie ce théorème. Pour cette fonction, le volume de la production se répartit entre les inputs en fonction de leurs productivités marginales.

Glossaire :

Les facteurs de production (*factrs of production*) : appelés aussi inputs ou entrées ; ce sont les facteurs qui concourent à la réalisation de la production (terre, travail, capital, technologie,...)

Les rendements croissants (*incréasing returns*) : la variation plus que proportionnelle de la productivité d'un facteur suite à son changement unitaire.
Les rendements décroissants (*decreasing returns*) : la variation moins que proportionnelle (ou disproportionnelle) de la productivité d'un facteur suite à son changement unitaire.

Les rendements d'échelle *(returns to scale)* : rapport entre la variation de la quantité produite et la variation d'un ou de plusieurs facteurs de production utilisés.

Productivité (*productivity*) : production par unité de facteurs.

Productivité marginale (*marginal productivity*) : variation de la production induite par une variation unitaire de facteurs de production.

Productivité moyenne (*mean productivity*) : production par personne employée ou par heure de travail.

Isoquantes (*isoquant*) : courbe reflétant le comportement du producteur, elles sont décroissantes (ou ont une pente négative).

Fonction homogène (*homogeneous function*) : c'est la fonction qui associe à toute augmentation ou toute tentative d'augmentation de production une augmentation de même échelle des facteurs de production.

Chapitre 5 : L'optimum du Producteur

Le producteur rationnel recherche sans cesse la combinaison optimale d'inputs lui permettant de réaliser la quantité à produire la plus efficiente, compte tenu de la technologie utilisée et du coût de production. Ce coût doit être minimisé pour maximiser le profit du producteur. Donc, ce dernier doit être en mesure de mettre en équation les fonds dont il dispose, les coûts des inputs et les prix des produits.

Avant de résoudre le problème de maximisation (optimisation) de la production, il convient de définir le concept d'isocoût.

5.1. Le concept d'isocoût

Soit la fonction de coût total du producteur combinant les inputs (**L** et **K**), pondérés par leurs coûts P_L et P_K :

$$CT = L \times P_L + K \times P_K$$

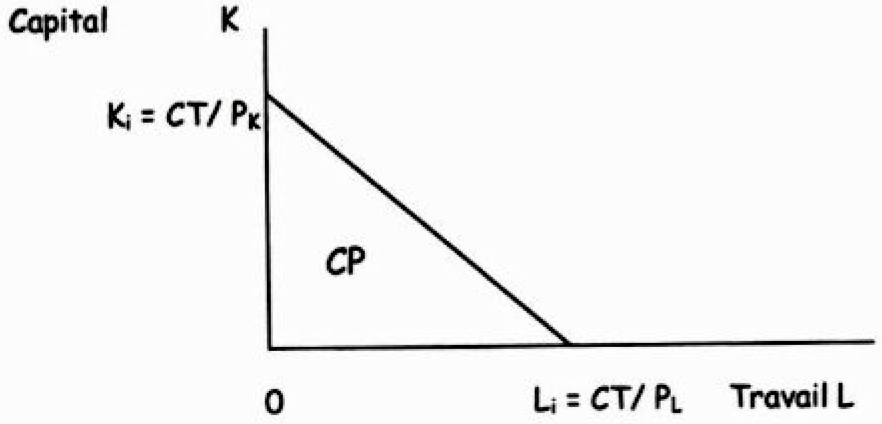
La droite d'isocoût s'obtient en exprimant la variable **K** en fonction de **L** et du **CT**, soit :

$$K = f(L, CT) = = - (P_L / P_K) \times L + CT / P_K$$

La pente de cette droite est négative. Les points d'intersection de cette droite avec les axes horizontal et vertical sont respectivement :

$$K_i = CT / P_K \text{ et } L_i = CT / P_L$$

Graphique 23 : La droite d'isocoût



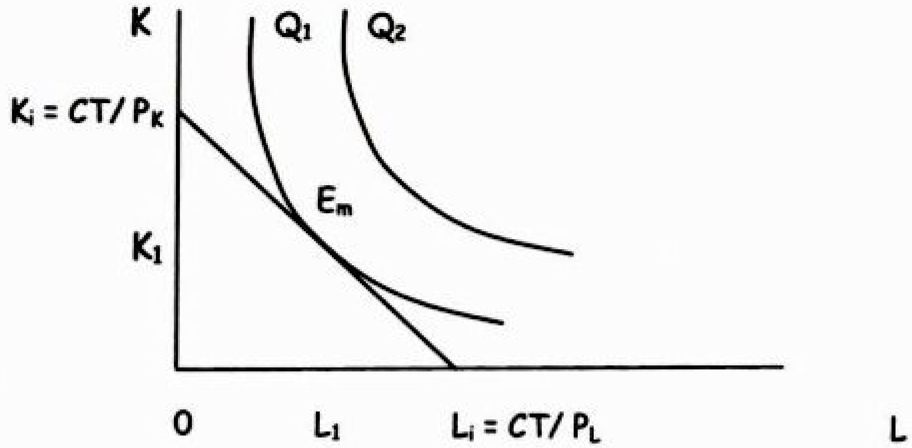
La droite d'isocoût représente l'ensemble des combinaisons productives des inputs, qui ont un même coût total. L'espace **CP** (triangle K_i, 0, L_i) représente l'ensemble des combinaisons possibles. C'est la contrainte de coût.

5.2. La maximisation de la production

Compte tenu de la contrainte exprimée par le **CT** du producteur, il s'agit de déterminer la combinaison d'inputs qui réalise la production optimale et donc la quantité produite maximale. Il s'agit de vérifier les conditions d'optimisation, soit par le graphique ou par des méthodes analytiques.

5.2.1 La méthode graphique

Graphique 24 : Illustration de l'équilibre du producteur, sous contrainte du coût



Le point d'équilibre $\mathbf{E_m}$ **correspond au point de tangence de la droite d'isocoût à l'isoquant** qui représente la plus grande quantité produite possible ($\mathbf{Q_1}$). En ce point $\mathbf{dK/dL = -P_L /P_K}$ (les pentes de $\mathbf{Q_1}$ et de la droite d'isocoût sont égales) ;

$$\text{or, } - dK/dL = TMST = PmL /PmK$$

$$\Rightarrow PmL /PmK = P_L /P_K \Rightarrow PmL /P_L = PmK /P_K$$

Ainsi, le rapport des productivités marginales est égal à celui des prix des inputs.

Donc la combinaison ($\mathbf{L_1}$, $\mathbf{K_1}$) est optimale du fait que le produit marginal par unité monétaire dépensée est le même pour chaque input.

5.2.2 La méthode analytique

Le producteur cherche à satisfaire la demande relative à son produit en combinant, d'une manière efficiente, des inputs, pour **maximiser la fonction de production, sous la contrainte du coût total.**

La solution à ce problème peut être faite soit par la méthode de substitution, soit par La méthode du multiplicateur de Lagrange.

a) La méthode de substitution

Soit la fonction objectif à **maximiser** $Q = f(L, K)$ (1)

Sous la contrainte $$CT = L \times P_L + K \times P_K$$

$$\Rightarrow K = -(P_L / P_K) \times L + CT / P_K \qquad (2)$$

On remplace dans (1), **K** par sa valeur :

$$\Rightarrow Q = f(L, -(P_L / P_K) \times L + CT / P_K)$$

La solution à ce problème consiste à vérifier les conditions de 1er et de 2ème ordres :

- Conditions de 1er ordre

$$DQ/dL = 0 \qquad (3)$$

$$\Rightarrow f'_L / f'_K = P_L / P_K \quad \Rightarrow f'_L / P_L = f'_K / P_K$$

A partir de ces résultats, on peut déterminer les quantités d'inputs **L** et **K** qui maximisent la production.

- Conditions de second ordre

Q''/dL < 0, ce qui satisfait l'hypothèse de la convexité de l'isoquant, et donc l'extremum atteint est un maximum.

b) La méthode du multiplicateur de Lagrange

La **fonction Lagrangienne** est formulée comme suit :

$$F_P = f(L, K) + \lambda (CT - L \times P_L - K \times P_K)$$

En dérivant F_P, respectivement par rapport à **L, K** et **λ** on aboutit au même résultat que la méthode de substitution pour déterminer l'équilibre du producteur, soit :

$$f'_L / f'_K = \lambda p_L / \lambda p_K \Rightarrow f'_L / f'_K = p_L / p_K$$
$$\Rightarrow \lambda = PmL / P_L = PmK / P_K$$

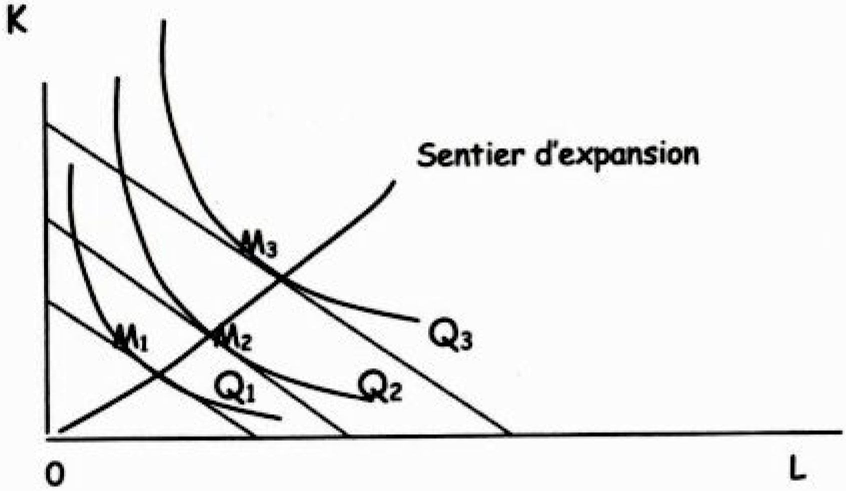
A l'équilibre, le multiplicateur de Lagrange **λ** est égal aux productivités marginales pondérées par les coûts des facteurs. Il mesure la quantité supplémentaire produite après un desserrement de la contrainte de coût.

Pour vérifier les conditions de 2ème ordre, il suffit que **la dérivée seconde de la Fonction Lagrangienne F''$_P$ soit négative ⇒ le déterminant Hessien H* > 0.** Donc l'extremum atteint est un maximum.

5.3. Le sentier d'expansion de l'entreprise

Soit une « carte d'isocoût » représentant plusieurs situations d'équilibre du producteur.

<u>Graphique 25 : Illustration du sentier d'expansion</u>



Il ressort de ce graphique que l'équilibre correspondant à chaque niveau de production est atteint aux points de tangence entre les isoquants et les droites d'isocoût, soit **M_1**, **M_2**, et **M_3**. En reliant ces points d'équilibre, on obtient la courbe reflétant le sentier d'expansion de l'entreprise en question.

<u>Définition</u> : ***le sentier d'expansion*** est la représentation des points d'équilibres du producteur quand le niveau de production varie, sachant que les coûts des facteurs sont maintenus constants, et que seul le niveau des ressources permettant de couvrir le coût total varie, ce qui entraîne un déplacement de la droite d'isocoût. La pente de cette droite, soit **$(-P_L/P_K)$**, reste constante.

Ce sentier représente l'ensemble des combinaisons optimales des inputs. Il indique l'augmentation des quantités utilisées des facteurs de production quand la production augmente à la suite de l'augmentation du niveau des ressources, traduisant ainsi l'accroissent de l'échelle de production.

Glossaire :

Sentier d'expansion (*expansion path*) : courbe qui relie les paniers d'inputs (entrées) qui permettent à une entreprise de faire un profit maximum – ou de produire à un coût minimum. Le sentier d'expansion est donc le lieu géométrique des paniers optimaux.

Chapitre 6 : Les coûts de production

La gestion de la production se fait en deux périodes complémentaires : une gestion de courte période, c'est-à-dire dans le cas où le matériel utilisé pour la production est constant. Et une gestion de longue période où la perspective de croissance se fait sentir. Ainsi, le coût de production d'une entreprise dépend des quantités des facteurs utilisés et de leurs prix (les salaires w et la rémunération des capitaux r).

Dans l'analyse économique les coûts de production sont constitués de la somme de coûts explicites et implicites:

Définitions:

Les coûts explicites résultent des transactions entre l'entreprise et d'autres partenaires auprès desquels cette entreprise achète des inputs ou les services des inputs; ces coûts sont habituellement comptabilisés de manière analogue aux états financiers conventionnels et incluent le prix du travail, les coûts des matières premières, l'assurance, l'électricité, les intérêts sur la dette...

Les coûts implicites sont les coûts liés à l'utilisation des ressources propres des entreprises. Ces ressources pourraient être utilisées selon plusieurs alternatives en vue de la réalisation d'une production donnée, d'où la notion de coûts alternatifs, désignés par des « **coûts d'opportunité** ».

La fonction de coût a un rôle central dans la réalisation de l'équilibre du producteur, et ce, selon que le coût constitue soit une contrainte pour maximiser la production, ou un objectif à minimiser sous contrainte d'un niveau de production donné, en vue de maximiser le profit.

Donc, on cherche à analyser le comportement de l'offre des entreprises, tout en prenant en considération la dimension temps : analyse de court terme, et analyse de long terme.

6.1. Mesure des coût de production

Le coût de production d'une entreprise dépend des quantités des facteurs utilisés et de leurs prix (les salaires **w**, et la rémunération du capital **r**). Il existe3 formes de coût : **le coût total, le coût moyen et le coût marginal.**

6.1.1 Mesure des coûts à court terme

Le coût total (CT) est égal à la somme des coûts fixes et des coûts variables. La fonction du CT est supposée continue, définie et différentiable.

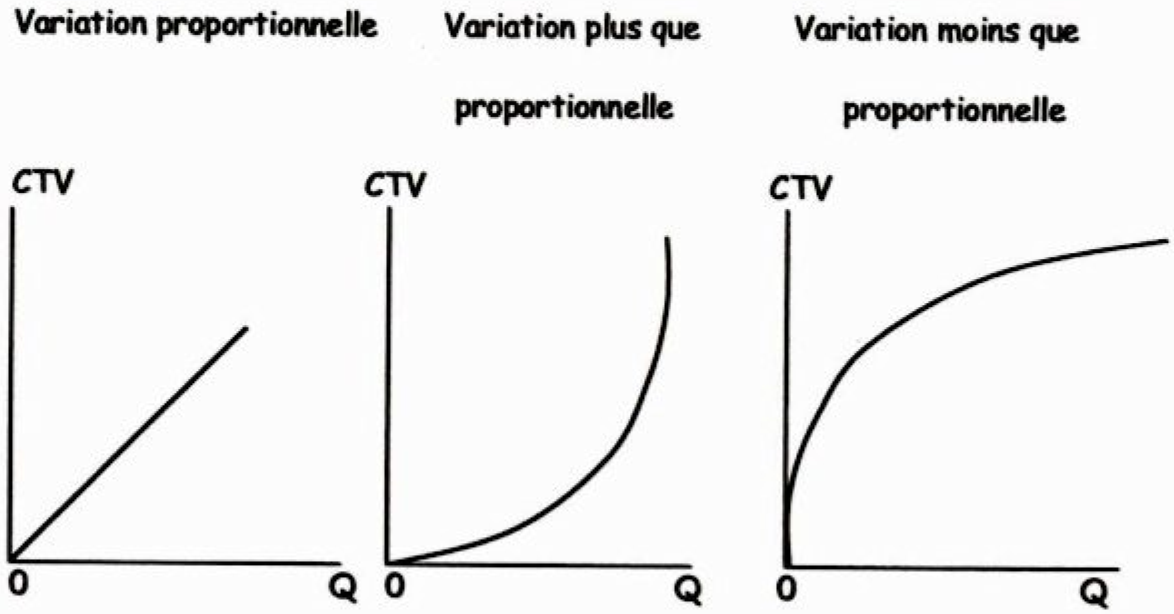
Le coût total fixe (CTF) est égal à l'ensemble des dépenses effectuées par l'entreprise indépendamment de la quantité produite (bâtiments, loyers, équipements, frais généraux...).

Le coût total variable (CTV) est égal à la somme des dépenses qui dépendent de la quantité produite, soit : **CTV = f (Q_i).**

$$\text{Donc } CT = CTF + CTV = CTF + f(Q_i)$$

Dans cette équation, le **CT varie en fonction de Q_i**. Trois cas peuvent se présenter reflétant le degré de proportionnalité des coûts variables :

Graphique 26 : Illustration du degré de proportionnalité des coûts variables



Le coût moyen (CTM) est égal au rapport du coût total et de l'output, soit :

$$CTM = CT/Q$$

Il représente les dépenses engagées par unité produite. Le coût moyen est décomposé en coût moyen fixe et coût moyen variable, soit :

$$CTM = CMF + CMV = (CTF + CTV)/Q = CTF/Q + CTV/Q$$

Le coût marginal (Cm) mesure la variation du coût total qui résulte de la variation de l'output : c'est le supplément du coût nécessaire à la production d'une unité supplémentaire de l'output.

$$Cm = dCT/dQ = dCTF/dQ + dCTV/dQ$$
$$= dCTV/dQ = df(Q_i)/dQ = f'(Q_i) \text{ ; puisque } dCTF/dQ = 0.$$

Or, l'augmentation d'une unité de l'output nécessite une quantité additionnelle de l'input (travail) ΔL. En utilisant plus de travail, on accroît le coût total variable par ΔL multiplié par le taux de salaire w, soit :

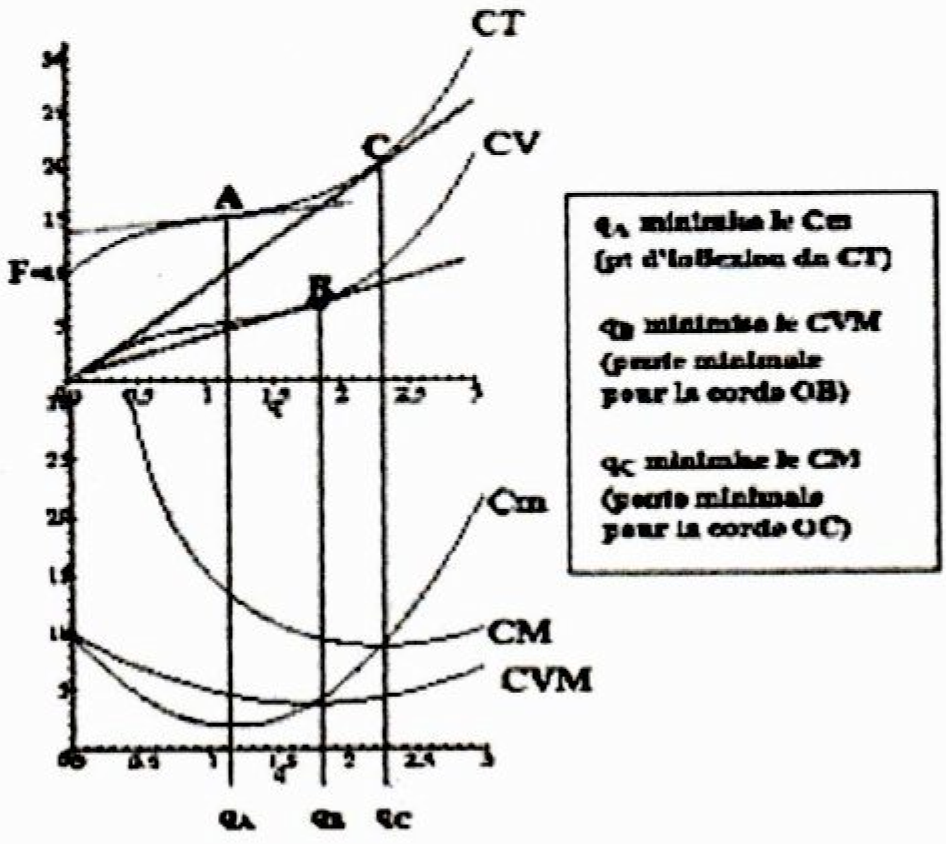
$$\mathbf{Cm = \Delta CTV / \Delta Q = (w \times (\Delta L) / \Delta Q = w / (\Delta Q / \Delta L)}$$

$$\mathbf{Or\ \Delta Q / \Delta L = PmL}$$

$$\mathbf{\Rightarrow Cm = w / PmL}$$

6.1.2 Représentation graphique des fonctions de coût

<u>**Graphique 27 : Courbes des coûts à court terme**</u>



Ce graphique appelle aux remarques suivantes :

Figure a :

Le coût total fixe est représenté par une droite parallèle à l'axe horizontal, à hauteur de la valeur de ce coût.

Le rythme de croissance du **CTV** est conditionné par la loi des rendements. D'abord il croît moins que proportionnellement que la quantité produite, à un rythme décroissant, ce qui s'explique par les rendements croissants des facteurs, jusqu'au point **Q_1** qui correspond au point d'inflexion de la courbe du **CTV**; puis il augmente à un rythme ascendant, du fait des rendements décroissants des facteurs, au-delà de ce point.
Les variations de la courbe du CT sont celles de la courbe du CTV.

Figure b :

Le coût variable moyen atteint son minimum au 2ème point d'inflexion du CVT (Q_2), qui correspond à la tangente (à partir de l'origine) en ce point à la courbe du CTV.
Le coût total moyen atteint son minimum au point (Q_3), qui correspond à la tangente (à partir de l'origine) en ce point à la courbe du CT.
Quand la quantité produite augmente, la courbe du CTM se rapproche de celle du CVM, ce qui s'explique par la décroissance du CFM.
Le coût marginal atteint son minimum au point d'inflexion du CTV (au point Q_1). Sa courbe est d'abord décroissante jusqu'à Q_1, ce qui correspond à la phase des rendements croissants, puis elle croît après Q_1, ce qui correspond à la phase des rendements décroissants.

Dans sa phase croissante, la courbe du Cm traverse les courbes du CVM et du CTM en leurs minimums, correspondant respectivement aux points Q_2 et Q_3.

La forme de la courbe de coût marginal est attribuable à la loi des rendements décroissants.

6.2. La minimisation du coût de production

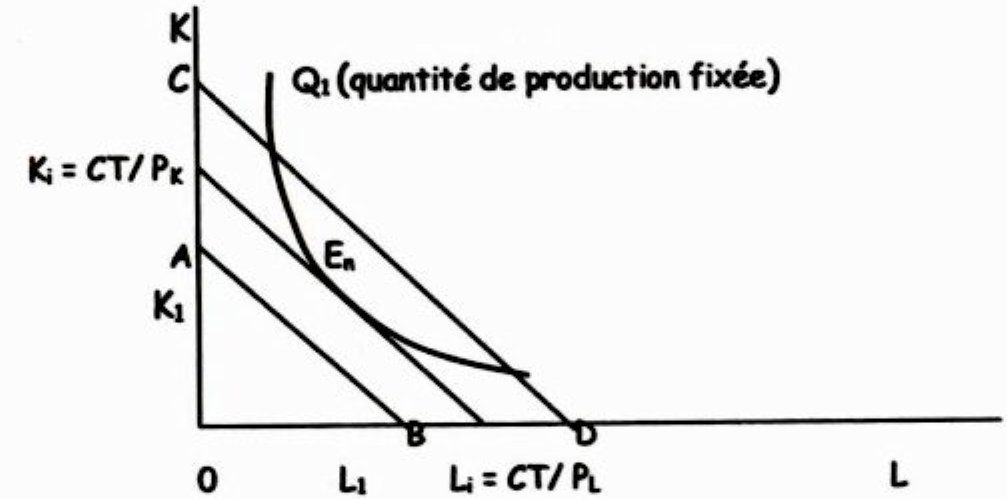
La fonction objective du producteur devient :

Minimisation de $CT = L \times P_L + K \times P_K$

Sous contrainte $Q = f(L, K)$

La solution graphique

<u>Graphique 28 : Illustration de l'équilibre du producteur, sous contrainte d'une fonction de production donnée</u>



La droite d'isocoût qui est tangente à l'isoquant Q_1 au point d'équilibre E_n de coordonnées (L_1, K_1) fournit la solution optimale qui correspond à la production de Q_1 au moindre coût.

La droite AB ne permet pas d'atteindre Q_1 et la droite CD revient plus chère pour le producteur.

La combinaison productive optimale (L_1, K_1) correspond à l'égalité entre le TMST et le rapport des prix des facteurs, soit :

$$\mathbf{TMST = PmL / PmK = P_L / P_K \Rightarrow PmL / P_L = PmK / P_K}$$

Analytiquement, la solution au problème de minimisation du coût peut être trouvée soit par la méthode de substitution soit par celle du multiplicateur de Lagrange.

La fonction Lagrangienne est exprimée en fonction du coût total, de la fonction de production et d'un **multiplicateur μ**. Elle est notée **F_C (L,K, μ)**, et formulée comme suit :

$$\mathbf{F_C = CT + \mu\,(Q - f\,(L, K))}$$
$$\mathbf{= (L\times P_L - K\times P_K) + \mu\,(Q - f\,(L, K))}$$

Cette fonction admet un minimum si elle satisfait les 2 conditions de 1er et de seconds ordres.

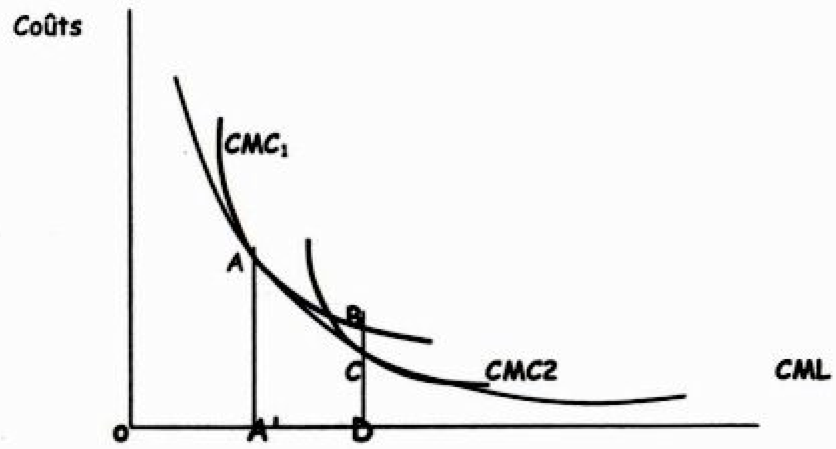
6.3. Les coûts à long terme

En longue période, on considère que tous les facteurs peuvent varier. Il n'y a donc ni facteurs fixes, ni coûts fixes à prendre en considération.

6.3.1. Le coût moyen à long terme

Le coût moyen à long terme désigne pour une firme le coût unitaire minimum pour chaque niveau de rentabilité. Sa courbe est tangente à toutes les courbes de coût moyen à court terme (CMC) correspondant à différentes échelle de production possibles.

Graphique 29 : Courbe de moyen à long terme



Chaque point de la courbe de CML représente un coût moyen enregistré en courte période, à un moment t et pour un niveau de production donnée.

Prenons le point A sur la courbe CML par exemple, si l'entreprise qui a la courbe CMC_1 produit une quantité OD, elle aurait un coût de production minimal DB. L'entrepreneur peut dans ce cas choisir de construire une unité de production plus grande ayant la courbe CMC_2, de manière à pouvoir produire OD à un coût de production DC. Ou aura donc DC < DB.

Les points de tangence A et C sont donc en même temps des niveau de coûts moyens à court terme et des niveaux de coûts moyens à long terme puisqu'ils correspondent à des unités de production de capacités différentes.

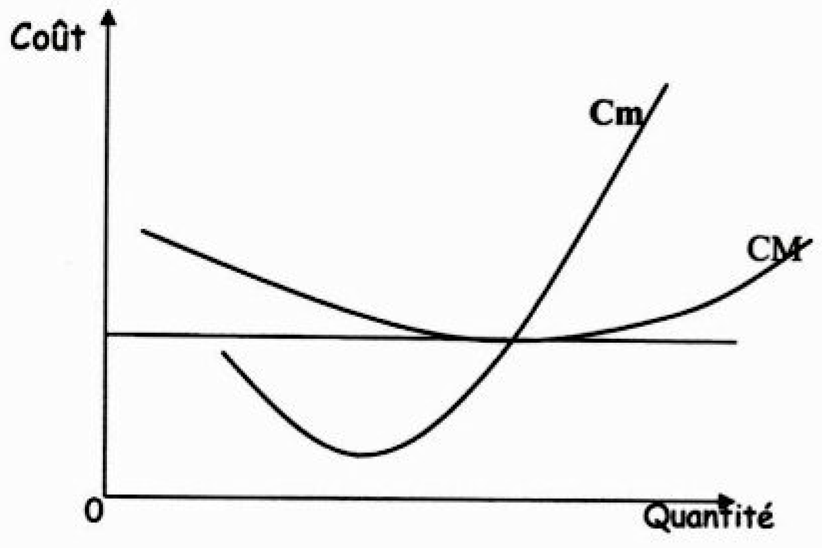
La courbe de coût moyen à long terme est aussi la courbe enveloppe des coûts de coût moyen à court terme.

6.3.2. Le coût marginal à long terme

Le coût marginal à long terme CmL mesure la variation du coût total à long terme CTL par rapport à la variation unitaire de la production.

Comme pour la courbe de coût marginal à court terme, elle est en fonction de U. Dans sa phase croissante elle passe par le point le plus bas de la courbe CML.

Graphique 30 : Courbe de coût marginal à long terme



On remarque que la courbe de coût marginal coupe la courbe de coût moyen au minimum de cette dernière. En effet, la fonction de coût moyen s'écrit :

$$CM = (C(Q) + K)/Q$$

C(Q) coût variable

K coût fixe

Cette fonction admet un minimum lorsque la dérivée première de CM est nulle, c'est-à-dire, lorsque :

$$CM' = \frac{QC'(Q) - (C(Q) + K)}{Q^2} = 0$$

$$QC'(Q)-C(Q)-K=0$$

$$QC'(Q)=C(Q)+K$$

$$C'(Q)= \frac{C(Q)+K}{Q}$$

Coût marginal = Coût moyen

La condition d'existence d'un minium du coût moyen passe nécessairement par l'égalisation du coût moyen (CM) et du coût marginal (Cm).

6.3.3 Le coût total à long terme

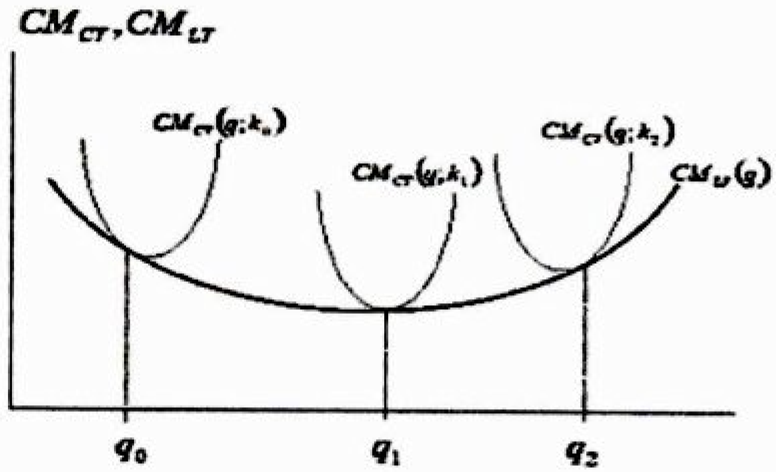
La courbe de coût total à long terme désigne les coûts totaux minimums pour chaque niveau de production d'une entreprise.

A chaque niveau de production les coûts totaux sont obtenus en multipliant la production par le coût moyen à long terme.

La courbe CTL est également tangente à toutes les courbes de coût total à court terme (CTC) représentant les possibilités d'élargissement que l'entreprise

peut connaître à long terme. La courbe de CTL est ainsi l'enveloppe des courbes CTC.

Figure 31: La courbe enveloppe



En résumé, l'entrepreneur cherche à optimiser sa production, en courte période, par une bonne gestion de ses facteurs de production généralement stables, et en longue période, en choisissant les facteurs de production qui lui assurent les coûts de production les plus faibles.

6.4. Les rendements d'échelle et la fonction de coût

Souvent, pendant l'expansion de son output, l'entreprise passe successivement à travers le trois étapes précédemment étudiées : d'abord les rendements croissants, ensuite constants puis décroissants.

Quelle est la conséquence des rendements d'échelle au niveau des fonctions de coûts ?

Le coût moyen donne l'évolution des coûts unitaires quand on modifie le niveau de production.

Nous savons que: **CM = CT/Q**

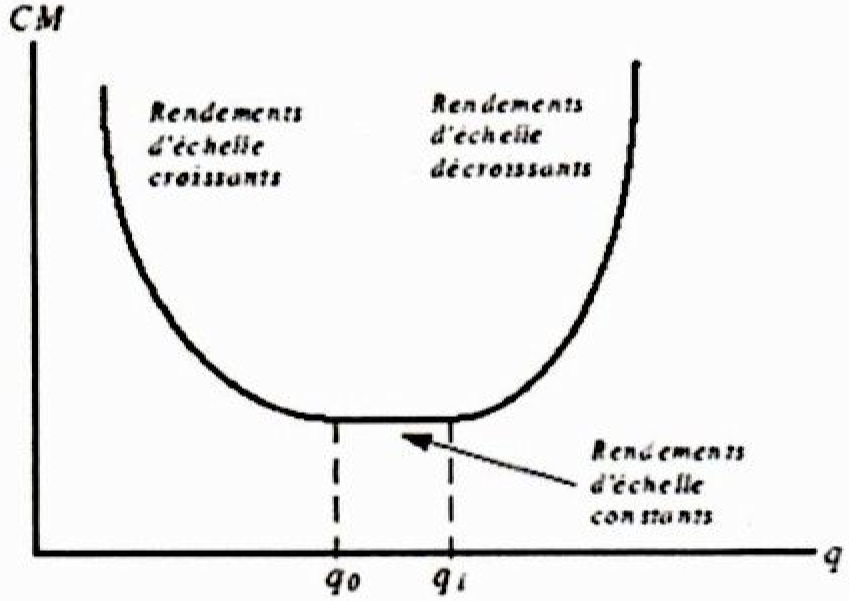
Avec les rendements d'échelle croissants, les coûts augmentent moins que proportionnellement que l'augmentation de l'output. Par conséquent le CT augmente moins vite que l'output, donc le coût moyen est décroissant ;

Avec les rendements d'échelle décroissants, les coûts augmentent plus que proportionnellement que l'augmentation de l'output. Par conséquent le coût moyen est croissant ;

Avec les rendements d'échelle constants, si $CT = f(Q) = c \times Q \Rightarrow CM = c$

Donc le coût moyen est constant. Par conséquent la fonction de coût est linéaire par rapport à l'output.

<u>Graphique 32 : correspondance entre la fonction de coût et les rendements d'échelle.</u>



Glossaire :

Coût marginal (*marginal cost*) : le coût marginal (Cm) exprime le rythme d'évolution de coût total en fonction de la quantité ; c'est donc le rapport de la variation de coût total provoquée par la variation unitaire de la quantité produite.

Coût moyen (*average cost*) : c'est le rapport entre le coût total (CT) et la quantité produite q.

Coût total (*total cost*): c'est la dépense totale correspondant à la production d'une quantité donnée de biens et services.

Coût de courte période (*small periode costs*) : ce sont les coûts liés à la variation d'un seul facteur de production ; les autres facteurs étant supposés invariables.

Coûts de longe période (*long period costs*) : se sont les coûts liés à la variation de l'ensemble des facteurs de production.

Coûts fixes (*fixed costs*) : ce sont les dépenses que supportent l'entreprisse au cours d'une période (une année par exemple) et ne dépendant pas de la quantité produite (l'achat d'un matériel, dotations aux amortissements).

Coûts variables (*variable costs*) : ce sont les dépenses que supportent l'entreprise au cours d'une période (une année par exemple) et qui dépendent de la quantité produite (matière première, salaires des ouvriers).

Chapitre 7 : Le Profit et la fonction d'offre

La maximisation du profit constitue l'une des hypothèses fondamentales qui détermine la quantité produite ainsi que d'autres décisions économiques de l'entreprise, compte tenu des prix des inputs et des outputs prévalant sur le marché.

7.1. La maximisation du profit

Le profit de l'entreprise est égal à la différence entre sa recette ou chiffre d'affaire (le produit de la vente de la production) et son coût total. Le profit, noté **Π** est formulé comme suit :

$$\Pi = \text{Recettes totales} - \text{coûts totaux}$$

Les recettes totales sont égales au produit des quantités produites et vendues par les prix unitaire de vente du produit sur le marché, soit :

$$RT = P \times Q$$

Avec $Q = f(x_i)$, où les x_i représentent les inputs, (i= i à n).

Les coûts sont exprimés, d'une manière générale, sous la forme :

$$\text{Coût total} = CT = \sum w_i x_i$$

Où w_i mesure le prix unitaire de l'input x_i

Le profit dépend de la quantité vendue (et donc de la quantité produite), donc les recettes et les coûts dépendent également de cette quantité produite, soit :

$$\mathbf{\Pi\ (Q) = RT\ (Q) - CT\ (Q) = p \times Q - CT\ (Q)}$$

Le profit est maximum à condition que la dérivée de la fonction de profit soit nulle:

$$\Rightarrow \mathbf{d\ \Pi\ (Q) = dRT/dQ - dCT/dQ\ = 0}$$

$$\Rightarrow \mathbf{dRT/dQ = dCT/dQ}$$

Or, **dCT/dQ**=le coût marginal **Cm(Q)**, et **dRT/dQ**=la recette marginale **Rm(Q)=p**.

La recette marginale se définit comme le supplément de recette que l'entreprise obtiendrait en vendant une unité supplémentaire. La recette marginale d'une firme concurrentielle est égale au prix de vente. La recette ne dépend que de la quantité produite pour l'entreprise, puisqu'en situation concurrentielle le prix **p** est déterminé par le marché.

Ainsi, le profit est maximum à condition que **Rm(Q) = p = Cm(Q).**

Illustration :

Soit la fonction de production **Q=f (L, K)** et la fonction de Coût $\mathbf{CT= L\ P_L + K\ P_K}$

$$\Rightarrow \mathbf{\Pi = Q \times P - (L\ P_L + K\ P_K) = P \times f\ (L, K) - (L\ P_L + K\ P_K)}$$

Les conditions qui vérifient la maximisation du profit sont la dérivée première, **dΠ=0**, et la dérivée seconde, **d'' Π < 0**, de la fonction du profit, soit :

- Conditions de 1er ordre :

$$d\,\Pi /dL= 0 \Rightarrow pf'_L - P_L= 0 \Rightarrow pf'_L= P_L \qquad (1)$$

$$d\,\Pi /dK= 0 \Rightarrow pf'_K - P_K = 0 \Rightarrow pf'_K = P_K \qquad (2)$$

- Conditions de 2ème ordre :

$$d''\,\Pi /d_L < 0 \Rightarrow f''_L < 0 \qquad (3)$$

$$\text{et } d''\,\Pi /d_K < 0 \Rightarrow f''_K < 0 \qquad (4)$$

On déduit à partir des égalités (1) et (2) que:

$$f'_L /P_L = f'_K /P_K \Rightarrow PmL /P_L = PmK /P_K \text{ ou } PmL /PmK = P_L /P_K$$

Interprétation : On déduit des solutions (1) et (2) que le prix de chaque input est égal à la productivité marginale de ce facteur pondérée par le prix unitaire du produit sur le marché. Ce sont les productivités marginales en valeur, ce qui veut dire que les inputs sont rémunérés en fonction de leurs productivités marginales. Quant aux solutions (3) et (4), elles montrent que l'optimum atteint est un maximum.

7.2. La fonction d'offre

L'égalité (1) ci-dessus peut être reformulée comme suit:

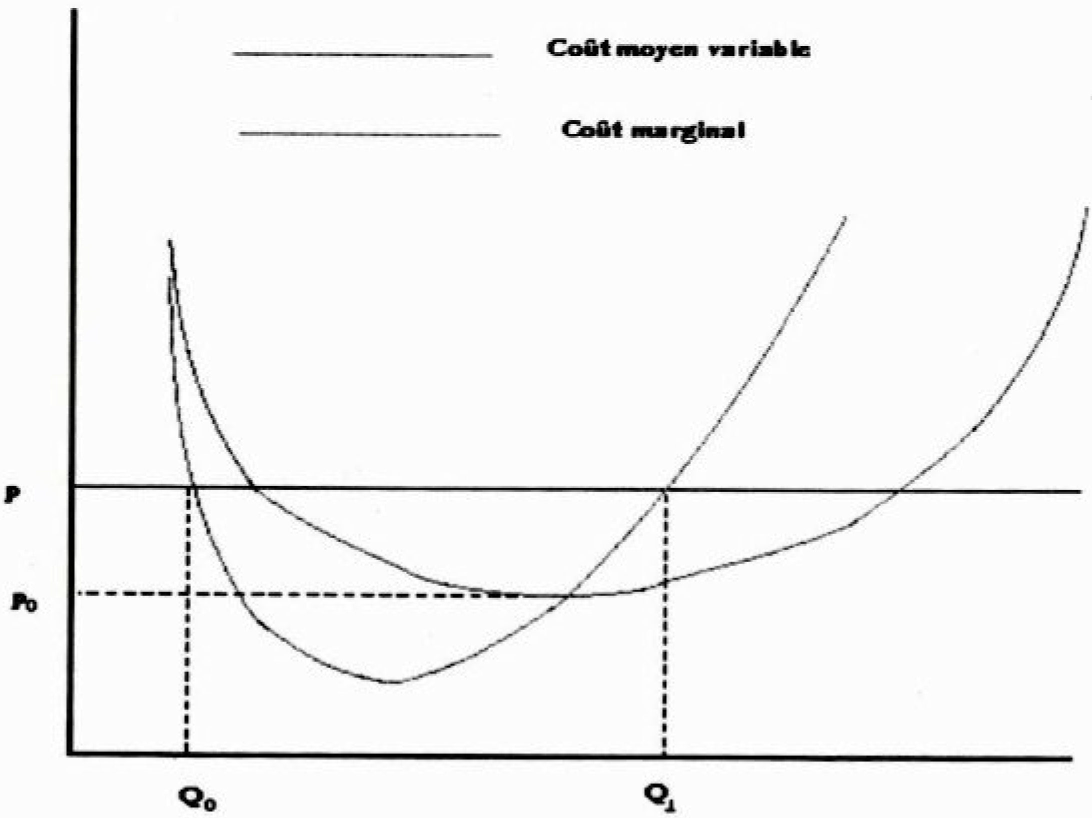
$$pf'_L= P_L \Rightarrow P_L / f'_L = p \Rightarrow w/PmL = p,$$

puisque p_L= w qui est le prix du travail et f'_L= PmL qui est la productivité marginale du travail.

Or, on a vu que **Cm (Q) = w/PmL ⇒ Cm (Q) = p**

⇒ L'entreprise déterminera sa quantité de production de manière à ce que le coût marginal soit égal au prix.

Graphique 33 : L'égalité prix-coût marginal



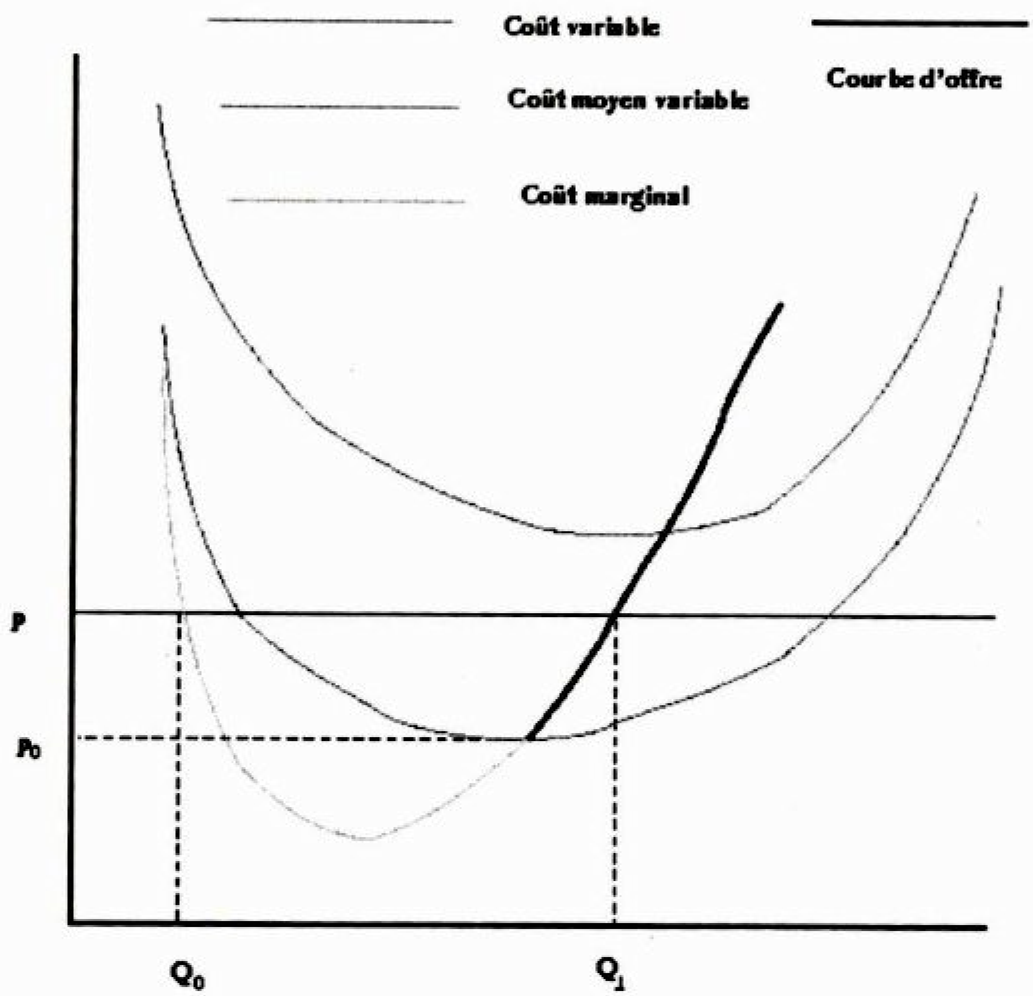
Il ressort de ce graphique qu'il y a deux niveaux de production, Q_0 et Q_1, vérifiant la condition prix = coût marginal. Mais pour Q_0, le coût moyen est supérieur au prix, ce qui rendrait le profit négatif. Seul le point Q_1 permet un profit maximum.

Donc, ce profit positif incite la firme à produire, puisque le prix unitaire du produit sur le marché est supérieur au coût moyen; cela implique que le coût marginal est supérieur au coût moyen. Sur le graphique ci-dessus, le producteur arrêterait la production si le prix tombait au-dessous de p_0, qui correspond au minimum du coût moyen.

Ces conditions déterminent la fonction d'offre de l'entreprise.

<u>Définition</u> : la fonction d'offre du producteur est constituée de la partie croissante de la fonction de coût marginal, située au-dessus du minimum du coût moyen. L'offre est une fonction croissante du prix du marché.

<u>Graphique 34 : La fonction d'offre</u>



L'élasticité de l'offre :

$$e_{Q/p} = (dQ/Q) / (dp_x/ p_x)$$
$$= (dQ/ dp_x) \times (p_x / Q)$$

L'élasticité de l'offre est positive.

Trois cas peuvent être distingués:

L'élasticité est nulle ou l'offre est inélastique si $e_{Q/p} = 0$;

L'élasticité est unitaire si $e_{Q/p} = 1$;

L'offre est parfaitement élastique quand $e_{Q/p}$ tend vers l'infini./.

Questions d'analyse et exercices :

Questions d'analyse et exercices:

1) La carte d'indifférence d'un consommateur dépend-elle de la fonction d'utilité choisie pour représenter sa relation de préférence ?

2) Qu'est ce que l'utilité marginale associée à un bien ? Donner un exemple.

3) La décroissance de l'utilité marginale est-elle une propriété ordinale ou cardinale ?

4) Définir, sans faire référence aux mathématiques, la notion de TMS.

5) Peut-on exclure de l'analyse les courbes d'indifférence concaves considérées comme irréalistes ? Quel est le principal inconvénient de ces courbes ?

6) - Vrai ou faux ? Justifier

a- Un consommateur consomme des quantités x et y de deux biens ayant des prix px et py. La pente de la contrainte budgétaire est égale au prix relatif des deux biens en questions ? Vrai

b- La pente de la courbe d'indifférence est le taux marginal de substitution TMS ? Faux

c- Le TMS diminue lorsque l'on se déplace en montant le long de la courbe d'indifférence ? au contraire l'UT lorsque la courbe d'indi éloigne de l'origine

7) - Définir les concepts suivants :

a- Les rendements factoriels.

b- Les rendements d'échelle.

Questions aux choix multiples

8) – L'hypothèse de choix rationnel faite par les économistes suppose que…

a) utilisent des modèles économiques pour faire des choix,

b) font leur choix en se basant sur leur intérêt personnel,

c) ont tous les mêmes préférences,

d) ne réalisent pas les ressources rares,

e) tiennent compte de l'avis des autres.

9) – Si tous les individus agissent dans leur intérêt personnel…

a) leur choix reflète leurs préférences,

b) ils font tous le même choix,

c) ils gagnent autant d'argent que possible,

d) il n'ya plus de ressources rare,

e) ils n'ont plus de choix possible.

10) – La rationalité pour une entreprise consiste à …

a) maximiser ses profits,

b) fixer le prix le plus élevé,

c) maximiser ses revenus,

d)vendre le plus possible,

e) minimiser ses coûts.

11) –Le profit total est égal au …

a) revenu moins le coût,

b) le prix moins le coût marginal,

c) le revenus marginal moins le coût marginal,

d) prix moins le coût moyen,

e) revenu moins le coût variable.

12) – le produit marginal d'un facteur de production est:

a) la variation de la production divisée par la variation de la quantité du facteur de production utilisée par la firme,

b)la production divisée par la quantité de facteur de production utilisée par la firme,

c)la production de la firme divisée par son coût total de production,

d) la quantité de production attribuable au facteur de production,

e) la variation de la production moyenne divisée par la variation de la quantité du facteur de production.

13) – La pente de la fonction de production est :

a) le produit total,

b) la production moyenne;

c) la coût marginal;

d) le produit marginal.

14) – Le niveau de production est efficient lorsque chaque firme...

a) égalise le taux marginal de substitution entre deux biens au prix relatif entre ces deux biens,

b) égalise le taux marginal de substitution technique entre deux inputs à l'unité,

c) égalise le taux marginal de substitution technique entre deux inputs au prix relatif de ces inputs,

d) égalise le taux marginal de substitution technique entre deux inputs à la quantité dont on doit réduire un input pour maintenir le niveau de production constant lorsque la quantité de l'autre input est augmentée d'une unité,

e) égalise le taux marginal de substitution technique de deux inputs au prix de l'output.

15) - Le niveau de production est efficient lorsque chaque firme :

a - Egalise le taux marginal de substitution entre deux biens au prix relatif entre ces deux biens.

b- Egalise le taux marginal de substitution technique entre deux inputs à l'unité.

c- Egalise le taux marginal de substitution technique entre deux inputs au prix relatif de ces inputs.

d- Egalise le taux marginal de substitution technique de deux inputs au prix de l'output.

16) -La quantité produite totale divisée par le nombre de travailleurs est :

a- Le produit moyen du travail.

b- Le produit marginal du travail.

c- Le coût moyen total.

d- Le coût variable moyen.

17) - L'hypothèse de rendements décroissants implique que :

a- La productivité marginale diminue.

b- L'utilisation de facteurs additionnels de production entraîne la réduction la réduction de la productivité totale.

c- Tous les inputs sont utilisés dans des proportions fixes.

18) - Lorsque la courbe de productivité marginale du travail se situe en dessous de la courbe de productivité moyenne du travail :

a) La courbe de productivité moyenne du travail a une pente positive ;

b) La courbe de productivité moyenne du travail a une pente négative ;

c) La courbe de productivité a une pente négative ;

d) La firme enregistre des déséconomies d'échelle.

19) - On enregistre des rendements décroissants lorsque :

a) Tous les facteurs de production étant utilisés, la quantité produite diminue;

b) Tous les facteurs de production étant utilisés, la quantité produite diminue dans une faible proportion ;

c) On augmente la quantité d'un facteur de production variable et la quantité produite diminue ;

d) Le produit marginal dû à l'utilisation d'un facteur de production supplémentaire est inférieur au produit marginal correspondant à l'utilisation du facteur de production précédent.

20) - On enregistre des rendements d'échelle constants lorsqu'en raison de l'augmentation de tous les facteurs de production :

a) La production totale demeure constante ;

b) Le coût moyen augmente ;

c) Le coût moyen total augmente dans la même proportion que celle de tous les facteurs de production ;

d) La quantité total produite augmente dans la même proportion que celle de l'augmentation des inputs.

21) - Quelle affirmation décrit le mieux la contrainte budgétaire ?

a- Elle représente toutes les combinaisons de biens pour lesquelles le consommateur est indifférent.

b- Elle représente la limite des combinaisons de biens que le consommateur peut offrir.

c- Elle représente le niveau désiré de consommation pour les consommateurs

d- Elle représente les choix de consommation des consommateurs.

22) - Une diminution du taux marginal de substitution signifie que :

a- La droite budgétaire à une pente négative

b- La contrainte budgétaire ne se modifie pas lorsque les préférences se modifient.

c- La courbe d'indifférence peut avoir à certaines occasions une pente positive.

d- Les courbes d'indifférences sont convexes.

23) - Un consommateur achète des quantités de pizzas et de jus de fruit au cours d'une période donnée de façon à maximiser son utilité.

L'utilité marginale de jus de fruit, notée $Um_f=12$ et son prix unitaire $p_f=4$. L'utilité marginale d'une tranche de pizza est $Um_p = 18$.

Quel doit être le prix de la pizza (p_p) ?

a - $p_p=20$

b- $p_p=6$

c- $p_p=1$

d- aucun de ces chiffres étant donné le manque d'information.

$\frac{Umx}{Umy} = \frac{Px}{Py}$ $\qquad \frac{12}{18} = \frac{4}{x}$

$12x = 72$

$Um\ 12$ $\qquad x = \frac{72}{12} = 6$

24) - Soit la fonction d'utilité d'un consommateur : $U(x,y)= 6x^{0,5} + 3y$

$X= Q_x$ ou la quantité demandée du bien X

Et $Y= Q_y$ ou la quantité demandée du bien Y.

Son revnu est noté R ; px et py étant les prix des biens X et Y.

Compte tenu de ces données, la quantité demandée du bien Y est égale à :

a. $Q_y= 2R/3p_y$

b. $Q_y=(p_x/p_y)^2$

c. $Q_y=3[R/(p_y+p_x)]$

d. $Q_y= R/p_y-R/p_x$

$2\ 18$
4
$\overline{6\ 2}$

$\frac{Umx}{px} = \frac{Umy}{Py}$

Exercices

Exercice 1

Soit la fonction d'utilité suivante : $U=XY^2$

Déterminer le taux marginal de substitution : TMS x/y et TMS y/x ?

Exercice 2

Calculer le TMSxy pour la fonction d'utilité

$U(x,y)=(x+1/4)(y+1/8)$

Interpréter le résultat?

Exercice 3

Déterminer le TMS xy pour la fonction de satisfaction suivante :

1-$S= 4x^3+y$ $\frac{12x}{1}$

2- des deux biens x et y lequel est le plus préféré par le consommateur ?

Exercice 4

Déterminer le TMS xy de la fonction d'utilité : $U= 4x^2 2\sqrt{y}$?

Commenter le résultat obtenu ?

Exercice 5

Un consommateur mesure la satisfaction que lui procure la consommation séparée de deux biens X et Y. Le tableau suivant indique, pour chacun des deux biens, la valeur de l'utilité en fonction de la quantité consommée, avec :

x et y : respectivement, nombres d'unités des biens X et Y.

Ux et Uy : respectivement, utilité totale de X et utilité totale de Y.

$\sqrt{y} : \frac{y'}{2\sqrt{y}}$

4

x	0	1	2	3	4	5	6
Ux	0	10	18	24	28	30	30
y	0	1	2	3	4	5	6
Uy	0	12	23	32	39	43	43

1. A partir du tableau précèdent, définir, calculer et représenter sur un même graphique les utilités totales et marginales des biens X et Y.
2. L'individu, qui affecte la totalité de son revenu nominal R_1 à l'achat des biens X et Y, veut maximiser sa satisfaction. Sachant que les biens X et Y ont le même prix unitaire égal à 2Dh (Px=Py=2Dh) et R_1= 18Dh, quelle combinaison de quantités des deux biens le consommateur doit-il choisir ?
3. Déterminer les choix optimaux du consommateur sachant que Px=2Dh, Py=3Dh et que le revenu nominal est successivement égal à 15Dh et 9Dh.

Exercice 6

Un consommateur dispose d'un budget de 12 Dh qu'il doit répartir entre deux biens X et Y.

Le prix de chaque unité de X est de 2Dh, celui de chaque unité de Y est de 1Dh.

Les utilités marginales sont données dans le tableau suivant :

Unités des produits X et Y	1er	2e	3e	4e	5e	6e	7e	8e
Umx	16	14	12	10	8	6	4	2
Umy	11	10	9	8	7	6	5	4

1. Définir l'utilité marginale d'un bien.
2. Définir les conditions d'équilibre du consommateur.
3. Quel sera l'équilibre du consommateur pour R=12.
4. Si le prix de X diminue, quelles seront les réactions du consommateur ?

(il va épargner)

["x sera sibstitué d'y"]

Exercice 7

Un consommateur à une fonction d'utilité U=4xy et un budget R=240 consacré à l'achat des biens x et y avec, px=2 et py=3.

1- Calculer l'utilité maximale par la méthode de substitution ?

2- Quelle est la pente de la ligne de contrainte budgétaire et quelle est sa signification ?

3- Si R varie comment se déplace la droite de contrainte budgétaire ?

Exercice 8

Considérons le système suivant :

U= 2x+4y+xy+8

R=5x+10y=50

Calculer par la méthode de substitution l'utilité maximum réalisée par le consommateur ?

Exercice 9

Considérons la fonction d'utilité suivante :

$U= (x+100)^{3/2}\ y^{1/2}$

R= 500= x+3y

Déterminer, par le Lagrangien ; la consommation qui maximise la satisfaction du consommateur (condition de 1er ordre seulement) ?

Exercice 10

1- Que signifie un comportement rationnel du consommateur ?

2- En sachant que le prix du bien x et px=2 est celui du bien y est py=1, que la fonction d'utilité totale est U=xy et que le revenu disponible pour le

consommateur est R=10. Calculer de deux manières différentes les quantités de biens demandées par l'individu rationnel ?

Exercice 11

Soit la fonction d'utilité d'un consommateur :

$U(x, y) = 6x^{0,5} + 3y$

X et Y représentent les quantités demandées de ces biens.

Son revenu est noté R ; p_x et p_y étant les prix des biens X et Y.

Compte tenu de ces données, la quantité demandée du bien Y est égale à :

a. $Y = 2R / 3p_y$

b. $Y = (p_x / p_y)^2$

c. $Y = 3[R / (p_y + p_x)]$

d. $Y = (R / p_y) - (p_y / p_x)$ X

Exercice 12 : X

La fonction d'utilité d'un consommateur est : $U = X^{0,2} Y^{0,8}$

X et Y sont les quantités consommées des 2 biens.

1. Sachant qu'il dispose d'un revenu R = 2000, que Px = 4 et Py = 1, trouver les fonctions de demande des deux biens.

2. Calculer l'élasticité-prix, et l'élasticité-revenu de X aux points de consommation maximale de la question 1.

$\frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P}{Q} =$

Exercice 13

L'élasticité-prix de la demande pour un produit est égale à - 0,5. Cela signifie que :

a) une variation du prix entraîne une variation de la demande de 50% ;

b) une augmentation de 1% de la quantité vendue est associée à une baisse de 0,5% du prix ;

c) une augmentation de 1% de la quantité vendue est associée à une baisse de 2% du prix ;

d) une variation de 0,5% du prix entraîne une variation de la quantité vendue de 0,5%.

Exercice 14

Soit la fonction d'utilité $U = x.y$ objectif à maximiser par un consommateur, disposant d'un revenu R=100 (unité=100DH). Les prix unitaires des 2 biens sont respectivement $p_x = 4$ et $p_y = 5$ DH. Après une **diminution** du prix de x, soit $p_x = 2$ DH, (R et p_y restent inchangés), déterminer l'effet de substitution, l'effet revenu et l'effet total. Commenter les résultats obtenus.

Exercice 15

Soit une fonction de production Q=f(k,L). Citer quatre méthodes mathématiques pour tester les caractéristiques de cette fonction et montrer l'utilité économique de chacune de ces méthodes ? TMS - lagrange , substit

Exercice 16

Expliquer la « **règle d'épuisement du produit** » ? degré d'hom = 1
p tous partage les pdts
de pion en parallèle

$f(L,K) = L f'(L,K) + K f'(L,K).$

Tdk Skap

Exercice 17

Soit une fonction de production de courte période : $P = f(\overline{K} + T) = \cancel{2}T^3 + 24T^2$ $-T^3$

4. Déterminer le seuil des rendements décroissants ?
5. Délimiter les zones de production à partir de cette fonction ?

Exercice 18

Soit P= K.T ; quelle est la nature des rendements présentés par cette fonction ?

(K,T) $P = KT.TT.$

$(K,T) = TT(KT)$

$T^2(KT)$

Rend croissants

Exercice 19

Soit une entreprise fabriquant un produit selon la relation :

$Q = 30T^{1/2}K^{1/2}$

Avec Q : Quantité produite

T : Nombre de travailleurs

K : Les unités de capital

1. Tracer sur un graphique l'isoquant correspondant à Q=30 pour T=1, T=2, et T=4.
2. Soit x le point de coordonnées T=1, K=1 sur cet isoquant. Quelles sont les valeurs et les significations des productivités marginales de T et K au point x ?
3. Quels sont les rendements d'échelle de cette entreprise ?
4. Tracer sur le graphique précédent une droite d'isocoût corrsepondant à CT=5, sachant que les prix des facteurs sont $P_T=1$ et $P_k=4$.

   Quelles combinaisons de facteurs permettent d'obtenir une production de 30 ? Sont-elles optimales ?
5. Déterminer graphiquement la combinaison optimale des facteurs de production pour Q=30 ? Quel en est le coût total ?
6. Calculer l'expression générale du $TMST_{LK}$, et donner sa signification ?

Exercice 20

Soient les deux fonctions suivantes de production et d'isocoût :

$Q=2L^{1,5}K^{0,5}$ et CT=30L+8K=320

Déterminer :

1. La combinaison optimale.
2. Le prix de revient unitaire de production.
3. Les productions qui seraient obtenues en multipliant simultanément par 1,5 les quantités de L et K.

Exercice 21

Soit une entreprise produisant un produit X. Sa fonction de production est de la forme :

$X = -2a^2 - b^2 + 4ab + 2$

X représente la quantité du bien X, a et b représentent les quantités respectives des deux facteurs de production utilisés : A et B.

Le prix de X : P(X) =10dh

Le prix de A : P(A) = 2 dh

Le prix de B : P(B)=4dh

Quelle quantité du bien X l'entreprise doit-elle produire pour que son profit soit maximum ?

Exercice 22

La production d'une entreprise est effectuée selon les données suivantes :

$CVNPU = -X^2 - 6X + 12$; $CVPU = 5$; $CFU = \frac{100}{X}$

1. Calculez le CTG pour les niveaux de production :

X=2 ; X=3 ; X=5

1. Précisez celui par lequel la tangente au CTG émerge de l'origine des coordonnées.
2. Précisez celui à partir duquel la croissance du CTG devient croissante

Exercice 23

Soit une firme dont la fonction de production pour le bien x est

$Q_x = 10L^{\alpha} K^{\beta}$

On sait que l'élasticité de la production par rapport au travail est de 0,25, et que l'output est multiplié par 8, quand les outputs sont multipliés par 16.

1. Calculez l'équation du sentier d'expansion de la firme lorsque le prix des inputs K et L sont respectivement de 20 et de 10.
2. Quel est le montant du profit pour un budget de production de 300.000 si les facteurs sont rémunérés à leurs productivités marginales.
3. Quel est le prix du produit x.

Exercice 24

Une entreprise produit un bien Q en utilisant un équipement K. Le coût total de production s'écrit : $CT_K = 0{,}35Q^3 - 59{,}6Q^2 + 3420Q + 4000$

La courbe de coût de longue période est donnée par l'expression :

$CT = 0{,}25Q^3 - 40Q^2 + 2500Q$.

1. Déterminer la valeur de Q pour laquelle le coût total de courte période est égal au coût total de longue période.
2. Donner la représentation graphique des courbes obtenues.
3. Quelle devra être la politique d'investissement de l'entreprise pour obtenir l'égalité entre les coûts moyens et les coûts marginaux de courte et longue période ?

Exercice 25

Définissez le taux marginal de substitution du facteur travail (TMS L/K)

1. Calculez le TMS correspondant au niveau L=4 de la fonction $Q=K^2L$ pour Q=16, en mettant en évidence deux procédés de calcul.
2. Cette fonction exprime- elle des rendements d'échelle ?

Solutions :

Solution 1 :

$U=xy^2$

TMSx/y=f'/f'y=y^2/2xy=y/2x

TMSy/x=f'y/f'x=2xy/y^2=2x/y

Solution 2:

U(x,y)=(x+1/4)(y+1/8)

TMSx/y=Umx/Umy=f'x/f'y=-dy/dx

=(y+1/8)/(x+1/4)

Au niveau de l'équilibre, le consommateur est prêt à céder une quantité de y égale à la valeur (y+1/8), pour obtenir une quantité de x égale à la valeur (x+1/4).

Solution 3:

$S=4x^3+y$

a) TMSx/y= Umx/Umy= S'x/S'y=$12x^2/1$

A l'équilibre le consommateur est prêt à céder une valeur de y=12x2 pour obtenir une unité supplémentaire de x.

b) Où vont les préférences du consommateur ?

Tout dépend de la valeur prise par le TMS x/y. si le TMSx/y est supérieur à 1, cela signifie que le numérateur ($12x^2$), est supérieur au dénominateur (1), il faut donc céder plus d'une unité de y pour obtenir une unité de x. Le bien préféré est donc le bien x.

Pour que $(12x^2)$ soit >1, il faut que x>0,29 (par tâtonnement). Dans ce cas, x est préféré. Si x<0,29 ; $(12x^2) < 1$. Il faut donc moins d'une unité de y pour obtenir une unité de x, y est donc préféré à x.

Solution 4:

TMSx/y de la fonction d'utilité : $U= 4x^2 2\sqrt{y} = 4x^2 2(y)^{1/2}$

TMSx/y=Umx/Umy=f'x/f'y

$$TMSx/y = \frac{2(4)x2y^{1/2}}{2(1/2)y^{-1/2}(4x^2)} = \frac{4y}{x}$$

Le consommateur, à l'équilibre, est prêts à renoncer à 4 unités de y pour avoir une unité supplémentaire de x. L'utilité marginale de x est donc 4 fois supérieure à l'utilité marginale de y.

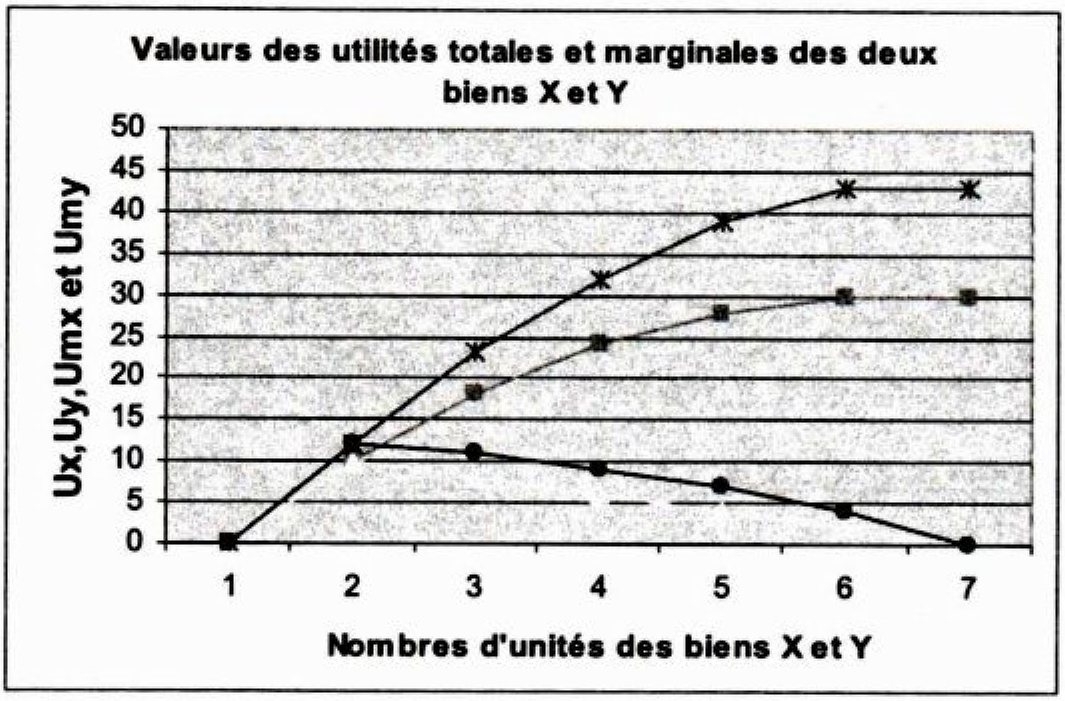
NB : $y=x^n \Rightarrow y'=nx^{n-1}$

Solution 5

7. L'utilité totale mesure la satisfaction que l'individu considéré pense éprouver en consommant un bien.

L'utilité marginale d'un bien mesure l'accroissement de l'utilité totale qui résulte de la consommation d'une unité supplémentaire de ce bien.

x	0	1	2	3	4	5	6
Ux	0	10	18	24	28	30	30
Umx	0	10	8	6	4	2	0
y	0	1	2	3	4	5	6
Uy	0	12	23	32	39	43	43
Umy	0	12	11	9	7	4	0



8. Les biens x et y ayant le même prix, le consommateur doit comparer uniquement les utilités marginales des deux biens pour effectuer son choix.

A l'équilibre :

x=4 et y=5

Umx=Umy=4

R=xPx+yPy

18=4x2+5x2=18

9. les prix des deux biens différents, le consommateur pour faire son choix doit comparer les utilités marginales des deux biens pondérées par leurs prix.

Le tableau des utilités marginales pondérées par les prix :

x	0	1	2	3	4	5	6
Umx	0	10	8	6	4	2	0
Umx/2	0	5	4	3	2	1	0
y	0	1	2	3	4	5	6
Umy	0	12	11	9	7	4	0
Umy/2	0	4	3,67	3	2,33	1,33	0

Le revenu est égal à 15Dh.

A l'équilibre : Umx/Px=Umy/Py $\Rightarrow$ 6/2=9/3=3

R=xPx+yPy $\Rightarrow$ 15=3x2+3x3=15Dh

La combinaison optimale est x =3 et y=3.

Le revenu égal à 9Dh.

Le consommateur choisit la combinaison qui lui procure l'utilité totale la plus grande soit : x=3 et y=1.

Solution 6

4. Umx $\Rightarrow$ Utilité additionnelle procurée par la dernière dose acquise d'un bien (x).
5. Umx/Px=Umy/Py

Et R=xPx + yPy

6. A l'équilibre $\Rightarrow$ X= 3 et Y=6

Umx/Px=Umy/Py $\Rightarrow$ 6=6

12=2 (3) +1(6)=12

7. Si Px diminue $\Rightarrow$ X sera substitué à y
   - effet de substitution
   - effet de revenu.

Solution 7

b) Calcule de l'utilité par la méthode de substitution :

U=4xy

R= 240=2x+3y

Y=$\frac{240-2x}{3}=80-\frac{2x}{3}$

U=4x(80-$\frac{2x}{3}$)=320x-$\frac{8x^2}{3}$

U=320-$\frac{16x}{3}=0$

320=$\frac{16x}{3}$ $\Rightarrow$ x=60

240=2(60)+3y $\Rightarrow$ y=40

U= 4(60)(40)=900

c) Pente de la ligne du budget

R=PxX + PyY

240=2x+3y

Y= - ax+b

$= -\frac{+2x}{3}+80$ $\Rightarrow$ a = $-\frac{2}{3}=\frac{Px}{Py}$ ce rapport est aussi le rapport des prix $\frac{Px}{Py}$ ou encore :

Pour x=0 $\Rightarrow$ y=80

Pour y=0 $\Rightarrow$ x=120 la pente $\frac{-dy}{dx}=\frac{-80}{120}=\frac{+2}{3}$

d) le déplacement de la droite du budget si l'on fait varier R ?

Le rapport des prix n'ayant pas changé, la pente reste constante. Les différentes lignes de budget sont donc parallèles.

Solution 8

Utilité maximum par la méthode de substitution

U= 2x+4y+xy+8

R=5x+10y=50

$$y = \frac{50-5x}{10} = 5 - 0{,}5x$$

U= 2x+4(5-0,5x)+x(5-0,5x)+8

U= 2x+20-2x+5x-0,5x^2+8

a) U' = 5-x=0 $\Rightarrow$ x=5

y= $\frac{50-5x}{10}$ $\Rightarrow$ y=2,5

b) U'' = (5-x)'=-1<0, le sens de l'optimum pour les quantités x=5 et y=2,5 implique U' = -1<0, l'optimum est donc un maximum.

U= 2(5)+4(2,5)+12,5+8= 40,5.

Solution 9

La consommation qui maximise la satisfaction :

$U=(x+100)^{3/2}y^{1/2}$

R= 500=x+3y

L(x,y,z)=(x+100)3/2y1/2 + λ(500-x-3y)

1) $L'x(x,y,z)= (3/2)(x+100)^{1/2}y^{1/2}-\lambda=0$
2) $L'y(x,y,z)= 1/2y^{-1/2}(x+100)^{3/2}-3\lambda=0$
3) $L'\lambda(x,y,z)=500-x-3y=0$

De **(1)** et **(2)** on tire :

$$\frac{(3/2)(x+100)^{1/2}y^{1/2}}{1/2y^{-1/2}(x+100)^{3/2}}=\frac{3y}{x+100}=\frac{1\lambda}{3\lambda}=\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 9y = x+100 \quad \Rightarrow y = \frac{x+100}{9}$$

En se servant de (3), on obtient :

$$500\text{-}x\text{-}3(\frac{x+100}{9})=0 \quad \Rightarrow x=350 \text{ et } y=50.$$

$U= (350+100)^{3/2}(50)^{1/2}$

$U= (350+100)^{3/2}(50)^{1/2}$

U= 450(21,2)(7,07)=67,480

Le consommateur maximise sa satisfaction pour :

X=350

Y=50.

Solution 10

1) Le comportement du consommateur est rationnel s'il cherche à obtenir le maximum de satisfaction sous la contrainte de son budget et des prix des biens x et y.
2) Méthode (1) par substitution : nous avons à résoudre le système suivant :

U= xy

10=2x+y, d'où y=10-2x et en remplacent y par son expression, on a :

$U=x(10-2x)=10x-2x^2$

a) condition d'un extremum : la dérivée première s'annule :

$\frac{\delta U}{\delta x} = 10 - 4x = 0$ $\Rightarrow$ x=2,5. La fonction admet un extremum pour x=2,5.

Cet extremum est un maximum, en effet :

b) condition d'un extremum : la dérivée seconde est négative :

$\frac{d^2U}{dx^2} = -4\langle 0.$ Les variables x et y sont liées par la contrainte de budget, on aura donc :

10=2(5/2)+y $\Rightarrow$ y=5

L'individu maximisera sa satisfaction pour x=5/2 et y=5. En remplaçant x et y par leurs valeurs à l'optimum dans la fonction de satisfaction, on obtiendra U=xy=2,5X5=12,5.

3) Méthode (2) par Lagrangien.

La fonction de Lagrange obtenue à partir du programme :

a=xy+ $\lambda(10-2x-y)$

a) conditions de premier ordre

$$\frac{\delta a}{\delta x}=y-2\lambda=0$$

$$\frac{\delta a}{\delta y}=x-\lambda=0$$

$\frac{\delta a}{\delta \lambda}=10-2x-y=0$. Les valeurs de x,y et λ qui annulent ces dérivées sont obtenues par la résolution du système :

y-2 λ=0

x- λ=0

10-2x-y=0 ⇒ x/y=1/2 ⇒ y=2x

10-2x-2x=0 ⇒ x=5,5 ; y = 5.

$$H^* = \begin{vmatrix} \frac{d^2L}{dX^2} & \frac{d^2L}{dXdY} & \frac{d^2L}{dXd\lambda} \\ \frac{d^2L}{dYdX} & \frac{d^2L}{dY^2} & \frac{d^2L}{dYd\lambda} \\ \frac{d^2L}{d\lambda dx} & \frac{d^2L}{d\lambda dY} & \frac{d^2L}{d\lambda^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$H^* = -1\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -1(0-2)-2(-1+0)$$

H*=+4.le déterminant H*> 0. L'optimum est un maximum.

Solution 11

U (x, y) = 6 x ^{0,5} + 3 y

$R = x\, p_x + y\, p_y \Rightarrow y = R/\, p_y - x\, p_x/\, p_y$ (1)

A l'équilibre, on a : $Um_x / Um_y = p_x / p_y$

$Um_x = 6\times 0{,}5\ x^{-0,5}$ et $Um_y = 3$

$\Rightarrow (3\ x^{-1/2})/3 = p_x / p_y \quad \Rightarrow x^{-1/2} = p_x / p_y \quad \Rightarrow x^{-1} = (p_x / p_y)^2 \Rightarrow x = (p_x / p_y)^{-2}$

En remplaçant x par sa valeur dans (1), on a :

$y = R/\, p_y - (p_x / p_y)^{-2}\, p_x/\, p_y$ (2)

$\Rightarrow y = R/\, p_y - (p_x / p_y)^{-1}$

$= (R/\, p_y) - (p_y / p_x)$. Donc la réponse d est correcte.

Solution 12

La fonction d'utilité est : $U = X^{0,2}\, Y^{0,8}$

1. Le revenu $R = x\, p_x + y\, p_y \quad \Rightarrow \quad y = -\, xp_x/p_y + R/p_y$ (1)

A l'équilibre, on a : $Umx/Umy = p_x/p_y$

$\Rightarrow (0{,}2X^{-0,8}\, Y^{0,8}) / (0{,}8X^{0,2}\, Y^{-0,2}) = p_x/p_y$

$\Rightarrow 0{,}25\times y/x = p_x / p_y \quad \Rightarrow \quad y = (x/0{,}25) \times (p_x / p_y)$ (2)

$(1) = (2) \Rightarrow R/p_y - x\, p_x / p_y = (x/\, 0{,}25)\, (p_x / p_y)$

Les fonctions de demande de X et Y sont : $\mathbf{X = R/p_y \times 1/5\, (p_y / p_x) = R/(5\, p_x)}$

On remplace x par sa valeur dans (1)

$\mathbf{\Rightarrow Y = -\, (R/5\, p_x) \times p_x/p_y + R/p_y = R/p_y(4/5) = 4/5R/p_y}$

Donc pour $P_x = 4$ et $p_y = 1$, $\quad R = 2000 = 4x + y \Rightarrow y = 2000 - 4x$

À l'équilibre : $0{,}25\ y/x = 4 \quad \Rightarrow x = 0{,}25/4\ y = 0{,}0625\ y$

$\Rightarrow$ $\mathbf{X} = 400/\, p_x = \mathbf{100}$ $\quad$ et $\mathbf{Y} = 1600/\, p_y = \mathbf{1600}$

2. L'élasticté-prix de X : $e_p = dX/X / d\, p_x/\, p_x = dX/\, d\, p_x \times p_x / X$

Or, $x = 400/\, p_x \Rightarrow dX/\, d\, p_x = -\, 400/\, p_x^2 \Rightarrow e_p = -\, 400/\, p_x^2 \times (p_x / (400/\, p_x)) = -1$

Donc, quand les prix augmentent de 1%, la quantité demandée diminue de 1%.

L'élasticté-revenu de X est: $e_R = dX/X \,/\, d_R/R = dX/d_R \times R/X$

or, $x = R/(5\,p_x) \Rightarrow dX/d_R = 1/(5\,p_x) \Rightarrow e_R = 1/(5\,p_x) \times (R / (R/(5\,p_x)) = 1$

Dans ce cas la demande de consommation croît au même rythme que le revenu.

Solution 13

L'élasticité-prix de la demande pour un produit est égale à 0,5. Cela signifie que :

Une augmentation de 1% de la quantité vendue est associée à une baisse de 2% du prix

Du fait que : **en règle générale quand les prix varient de 1%, la quantité demandée varient de e%.**

Donc si la baisse des prix est de 2%,⇒ on a multiplié également l'élasticité par 2 pour avoir 1% ⇒ réponse c.

Solution 14

1). Max. $U = x.y$

S/C. $100 = 4\,x_1 + 5\,y_1$

$y_1 = 100/5 - 4\,x_1/5 = 20-(4 \times x_1/5) \Rightarrow U = x_1 \times (20-(4 \times x_1/5)) = 20\,x_1 - 4/5 \times x_1^2)$

$U' = 20 - 8/5 \times x_1 = 0$ et $U'' = -8/5 < 0$

⇒ A l'équilibre, on trouve $x_1 = 20 \times 5/8 = 12{,}5$ et $y_1 = 10$ ⇒ $U = 125$

La situation d'équilibre change après une diminution du prix de x_1, soit $p_{x2} = 2$, et $p_{y1} = p_{y2} = 5$

2). Max. $U = x.y$

S/C. $100 = 2\ x_2 + 5\ y_2$

$Y_2 = 100/5 - 2\ x_2/5 = 20-(2 \times x_2/5) \Rightarrow U = x_2 \times (20 - 2 \times x_2/5)) = 20\ x_2 - (2/5 \times x_2^2)$

$U' = 20 - 4/5 \times x_2 = 0$ et $U'' - 4/5 < 0$

On a un nouvel équilibre, avec **$x_2 = 25$, et $y_2 = y_1 = 10$** $\Rightarrow U = 250$

3). L'équilibre intermédiaire est obtenu en égalisant le $TMS_{x/y}$ avec **le nouveau rapport des prix, après avoir remplacé x et y par leurs valeurs initiales :**

$U = x \times y = x_1 \times y_1$ $= 12{,}5 \times 10 = 125 \Rightarrow$ **$y = 125 / x$**

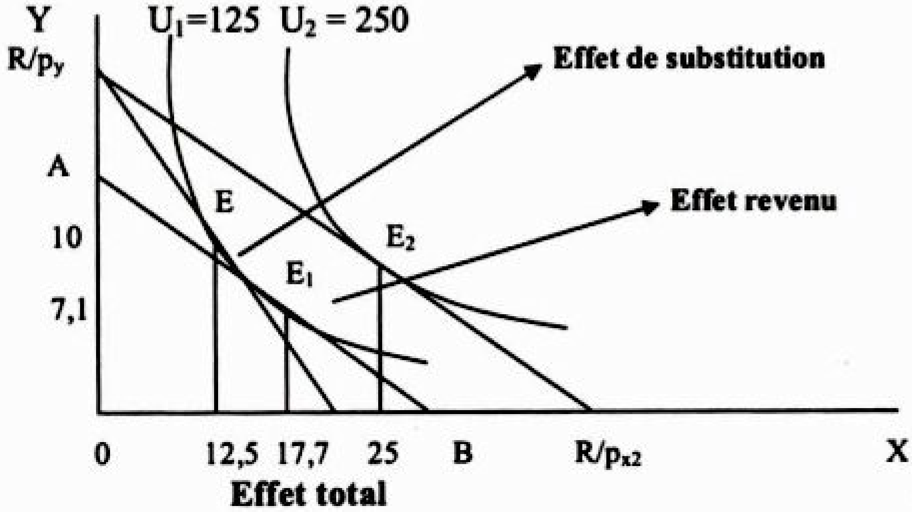
$TMS = - dy/dx = p_x/p_y \Rightarrow dy/dx = - p_x/p_y \Rightarrow dy/dx = - 125/x^2 = - 2/5 \Rightarrow x^2 = 125 \times 5/2 = 321{,}5$

$\Rightarrow x = 17{,}7$ et $y = 125 / 17{,}7 = 7{,}1$

D'où :

	Effet de substitution	**Effet revenu**	***Effet total***
Δ X	$= x - x_1 = 17{,}7 - 12{,}5 = 5{,}2$	$= x_2 - x = 25 - 17{,}7 = 7{,}3$	*12,5*
Δ Y	$= y - y_1 = 7{,}1 - 10 = -2{,}9$	$= y_2 - y = 10 - 7{,}1 = 2{,}9$	*0*

Représentation graphique de l'effet de revenu et de l'effet de substitution



Solution 15

Les caractéristiques d'une fonction de production f(K,L) peuvent être révélées grâce aux raisonnements mathématiques appliquées à celle-ci :

1) La maximum ou le minimum de la fonction :

Pour vérifier qu'une fonction de production continue est dérivable passe par un maximum ou un minimum on annule les dérivées partielles de cette fonction :

$f'_k(K,L)=0$

$f'_L(K, L)=0$

Ensuite, on cherche le signe des dérivées secondes

si $f''_k(K,L) < 0$, il y un maximum.

$f''_k(K,L) > 0$, il y a un minimum.

Ce calcul permet de vérifier la situation la meilleure, pour le producteur.

2) La des facteurs :

Pour cela on calcul le taux marginal de substitution entre les facteurs K et L :

$$TMST_{kL}= \frac{Pm_K}{Pm_L} = \frac{P_k}{P_L} = -\frac{dL_k}{dk}$$

Le taux de substitution entre les facteurs permet de connaître le rapport de productivité marginale ou le rapport des prix entre les facteurs de production, autrement dit, le rapport de substitution entre ces facteurs.

3) Le degré d'homogénéité

Le calcul du degré d'homogénéité d'une fonction permet de révéler les rendements d'échelle des facteurs de production.

Si on multiplie chaque facteur de production par un nombre entier positif t toute la fonction se trouve multipliée pat t_k, k exprime le degré d'homogénéité de la fonction de production.

$f(tk,tL)= t^k f(K,L)$

- **si k> 1 les rendements sont moins que proportionnelles en cas de variation positive des facteurs de production ;**
- **si k=1 rendements proportionnelles ;**
- **si k> 1, rendements plus que proportionnelles ;**

Cela permet en fin de compte de monter qu producteur s'il a intérêt à agrandir sa capacité de production.

4) La sensibilité au prix ou au revenu :

A partir d'une fonction de demande on peut connaître la sensibilité du consommateur à une variation du prix ou du revenu. Cette sensibilité est révélée par la calcul des élasticités prix et des élasticités revenu de la demande :

$$\mathbf{ep}=\frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} \ ; \qquad \mathbf{eR}=\frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta r}{R}}$$

Ce calcul permet aussi de connaître exactement le degré de réaction du producteur sur le marché en cas de variation du prix des facteurs ou de son propre revenu.

Solution 16

La règle d'épuisement du produit ?

Cette règle se vérifie lorsqu'on se trouve devant une fonction homogène de degré 1. Son principe est le suivant :

Considérons une fonction de production f(L, K), homogène de degré 1. si on multiplie dans cette fonction chaque facteur de production par sa productivité marginale, la somme de ces deux rapports est égale à la production totale exprimée par f(L,K).

$Lf'_L(L,K) + Kf'_K(L,K)= f(L,K)$

Cela signifie que le produit total réalisé par le producteur est partagé en deux parts: l'une va au travail sous forme de salaries: L f'L(L,K) ; l'autre rémunère

le capital sous forme de profits kf'k(L,K). Autrement dit, si l'entreprise rationnelle achète chaque facteur de production selon sa productivité marginale, la valeur totale de la production sera épuisée par la rémunération des facteurs de production k et L.

Les néoclassiques cherchent ainsi à prouver l'absence à long terme de surprofits sous l'effet de la concurrence, et donc, l'absence de l'exploitation du travailleur par le capitaliste. Ce dernier ne touche selon eux qu'une rémunération représentée par le profit normal.

Solution 17

1. On sait que pour trouver le changement de l'allure de la courbe d'une fonction continue, il faut trouver le point d'inflexion de cette courbe. Mathématiquement, le point d'inflexion correspond à la dérivée seconde de la fonction à étudier.

$P' = Pm' = 0$

$Pm = P' = -3T^2 + 48T$ et

$((Pm)' = P'' = -6T + 48 = 0 \Rightarrow T = 8$; c'est le point maximum de la productivité marginale. Jusqu'au 8ème ouvrier, les rendements sont croissants et à partir de 8ème ouvrier, les rendements deviennent décroissants.

2. zone 1 correspont à l'intersection du Pm et PM

$\Leftrightarrow Pm = PM \Rightarrow PM = -T^2 + 24T$ et $Pm = -3T2 + 48T$, donc :

$-T^2 + 24T = -3T^2 + 48T \Leftrightarrow 2T^2 - 24T = 0 \Rightarrow T(2T - 24) = 0 \Rightarrow T = 12 \Rightarrow$:

La zone 1 =]0,12] ;

La zone 2 : $Pm = -3T2 + 48T = 0 \Rightarrow T = 16 \Rightarrow$ zone 2 =]12,16] ;

La zone 3 : au-delà de T=16 (T>16).

Solution 18

La fonction est homogène de degré 2

Démonstration :

$\lambda P = f(\lambda K, \lambda T) = \lambda K.\lambda T = \lambda^2 KT$, donc il s'agit des rendements d'échelle croissants.

Solution 19

1. L'équation de la courbe correspondant au niveau de production pour Q=30 est :

$30=30T^{1/2}K^{1/2} \Rightarrow 1= T^{1/2}K^{1/2}=TK=1 \Rightarrow K=\frac{1}{T}$

T	1	2	3	4	5
K	1	1/2	1/3	1/4	1/5

Représentation graphique

2. Valeurs et signification des productivités marginales.

$Pm_T = \frac{dQ}{dT} = \frac{30}{2}T^{-1/2} = 15.1^{-1/2} = 15$

$Pm_K = \frac{dQ}{dK} = \frac{30}{2}K^{-1/2} = 15.1^{-1/2} = 15$

Cela signifie qu'en faisant varier d'une unité les facteurs T et K, la production totale varie de 15 unités.

3. Rendements d'échelle

La production correspondant à T = K = 1 est $Q = 30.1^{1/2}.2^{1/2}=30$

Doublons la quantité de facteurs (T=2, K=2), $Q=30.2^{1/2}.2^{1/2}=60$

Les rendements d'échelle sont donc constants.

4. La droite d'isocoût a pour expression : $CT=P_T.T+P_k.K$

Soit 5 = 1.T + 4.K $\Rightarrow$ K= $-\frac{1}{4}T+\frac{5}{4}$

Sur la graphique cette droite d'isocût coupe l'isoquant de niveau 30 aux points x(1,1). Ces combinaisons ne correspondent pas à l'optimum.

5. Pour trouver l'optimum, il faut déplacer vers l'origine la droite d'isocôut parallèlement à elle-même, l'optimum correspond au point E(T=2,K=1/2) le coût total est :

CT=1.2 + 4.1/2=4.

6. Le TMST $_{LK}$ est le taux auquel on substitue le facteur L au Facteur K tout en gardant le même niveau de production.

Son expression est donnée par :

$$TMSTlk=\frac{PmL}{PmK}=\frac{30/2L^{-1/2}K^{1/2}}{30/2L^{1/2}K^{-1/2}}$$

$$TMSS_{LK}=\frac{k}{L}$$

Solution 20 :

Les données : Q= $2L^{1,5}K^{0,5}$ et CT=30L + 8K = 320

1) ? (K*.L*)

Condition d'équilibre :

TMSL/K= $\frac{Pl}{PK}\Leftrightarrow\frac{3K}{L}=\frac{30}{L}\Rightarrow K=1{,}25L(a)$

Droite d'isocût : 320=30L+8K (b)

(a) et (b) $\Rightarrow$ (K* ; L*) = (8,10)

ii. Prix de revient unitaire (PRU)

PRU=$\frac{CT}{Q}=\frac{320}{143{,}2}=2{,}23$

3) Si on multiplie L et K par (1,5), Q se trouveraient multiplié par $(1{,}5)^k$ avec $K = \alpha + \beta = 2$

Solution 21

Les données : $X = -2a^2 - b^2 + 4ab + 2$; P(X)= 10dh, P(A)=2 dh ; P(B)=4dh.

? X* tel que le profit total Π est maximum

Π = RT-CT

$RT = X.Px=10(-2a^2-b^2-4ab+2)$

$RT= -20a^2-10b^2-40ab+20$

CT= aP(A) + bP(B)=2a +4b

$\Pi = -20a^2-10b^2-40ab+20-2a-4b$

Le Π est maximum $\Rightarrow \dfrac{\delta\Pi}{\delta a} = 0$ et $\dfrac{\delta\Pi}{\delta b} = 0$ ceci nous donne le résultat suivant :

(a* ;b*) = (1/4 ;3/10) et X* = 2,085.

Notons que la condition de maximisation du Π se traduit par l'égalisation de la productivité marginale en valeur de chaque facteur avec le prix de ce dernier.

Solution 22

1) $CTG = X^3-6X^2+17X+100$

$X=2 \Rightarrow CTG = 118$

$X = 3 \Rightarrow CTG = 124$

$X = 5 \Rightarrow CTG = 150$

2) Le niveau de production par lequel la tangente au CTG émerge de l'origine est le minimum du CTU :

X* tel que CTU est minimum $\Rightarrow$ (CTU)'=0 $\Rightarrow$ X*=5

iii. Le point à partir duquel la croissance du CTG devient croissante, c'est le point d'inflexion minimum du CTM :

(CTM)'=0 $\Rightarrow$ 2.

Solution 23

$Q_x = 10\,L^{\alpha} K^{\beta}$

a) L'équation du sentir d'expansion :

Il faut calculer les valeurs α et β et $\alpha = 0{,}25$

D'après l'énoncé, on peut écrire par ailleurs :

$8Q = 10(16L)\ \beta^{\alpha}(16K)^{\beta}$

$8Q = 16^{1/4+\beta}.Q$

$8=16^{1/4+\beta} \quad \Rightarrow \beta = 12$

La situation d'optimisation est caractérisée par l'égalité :

$\frac{PmL}{PmK} = \frac{PL}{PK} \Rightarrow K = L$ (Équation du sentier d'expansion)

b) Le montant du profit :

L'identité d'Euler $\Rightarrow$ $3/4Q = K.Pm_K + L.Pm_L$

En multipliant chaque membre par P_x

$\Rightarrow$ ¾ Q Px = $K.Pm_K.Px + L.Pm_L.Px$

$\Rightarrow$ ¾ RT = $K.P_k + L.P_L$

3/4RT = 300.000

¾ RT = 300.000

RT= 400.000 $\quad \Rightarrow$ p=100.000

$Px = \frac{RT}{Q} = \frac{400.000}{10.000} = 40$

Solution 24

a) La valeur de Q est celle pour laquelle la courbe CT_k est en contact avec la courbe CT.

On sait que la courbe de coût total de longue période est la courbe enveloppe des courbes de coût de courte période.

L'égalité entre les coûts totaux implique celle des coûts marginaux et des coûts moyens.

La valeur de Q qui assure $CT = CT_K$ est celle pour laquelle

$$\frac{d(CT_k)}{dQ} = \frac{d(CT)}{dQ} \Rightarrow Cm_k = Cm$$

Et $\frac{CT_K}{Q} = \frac{CT}{Q} \Rightarrow CM_K = CM$

Calcul des valeurs de Q répondant $Cm_K = Cm$

$Cm_K = 1{,}05Q^2 - 119{,}2Q + 3420$

$Cm = 0{,}75Q^2 - 80Q + 2500$.

Ce qui donne $0{,}30Q^2 - 39{,}2Q + 920 = 0$

Les racines de cette équation sont Q = 100, Q = 30,67

La valeur de Q qui permet d'avoir $CT = CT_K$ est celle qui vérifié

$CM = CM_K$ soit Q = 100

Pour Q = 100

$CM = CM_K + 1000$

$CT = CT_K = 100.000$

$Cm = Cm_K = 2000$

b) représentation graphique des courbes de CT, CT_k, CM, CM_K, Cm et Cm_K

c) A partir du graphique, $CM=CM_k=Cm=CM_K$ pour $Q=80$.

A ce point :

$Cm=Cm_K=9000$

Et $CT= CT_K = 72000$

Pour atteindre ce point il faut que le producteur réduise son équipement de manière à ce que la courbe de coût moyen de courte période ait son minimum au même point que la courbe de coût moyen de longue période.

Solution 25

1) ?$TMS_{L/K}$

$TMS_{L/K}$ = mesure l'aptitude d'un facteur à remplacer l'autre pour réaliser un niveau donné de production.

2) $TMS_{L/K}$ pour $L= 4$ avec $Q =K^2L=16$

$Q = 16$ et $L = 4 \Rightarrow k=2$

<u>1^{er} procédé</u>

$TMS_{L/K} = \dfrac{\partial Q/\partial L}{\delta Q/\delta K} = \dfrac{K^2}{2KL} = 0{,}25$

2^{ème} procédé

$Q= L^{\alpha} K^{\beta}$

$TMSL/K= \dfrac{\alpha Q/\alpha L}{\alpha Q/\alpha K} = \dfrac{\alpha(Q/L)}{\beta(Q/K)}\dfrac{K}{2l} = 0{,}25$

3) $\alpha + \beta = 3\rangle 1 \Rightarrow$ Cette fonction exprime des rendements d'échelle puisqu'elle est homogène de degré 3./.

QUELQUES REGELS GENERALES DE CALCUL

RAPPELS MATHEMATIQUES

L'analyse microéconomique de l'optimisation fait appel à quelques propriétés mathématiques, notamment le calcul de dérivation.

Lorsqu'on cherche l'extremum (maximum ou minimum) d'une fonction continue et dérivable, on calcul :

- la dérivée première $f'(x)$, comme condition nécessaire ;
- la dérivée seconde $f''(x)$ comme condition suffisante.

En effet, pour cette fonction deux situations peuvent se présenter :

Si $f'(x) = 0$ et $f''(x) < 0$ il y a un maximum,

Si $f'(x) = 0$ et $f''(x) > 0$ il y a un minimum.

Dans le cas d'une fonction à plusieurs variables on peut calculer la dérivée partielle de chaque variable en considérant que l'autre ne change pas.

RAPPELS DES DERIVEES USUELS

Fonction	**Dérivée**
y = C (constante)	Y' = 0
y = x	y' = 1
$y = x^n$	$y' = nX^{n-1}$
y = ax + b	y' = a
$y = ax^2 + bx + c$	$y' = 2\,aX^2 + b$
$y = ax^3 + bx + c$	$y' = 3\,ax2 + b$
$y = ax^4 + bx^2 + c$	$y' = 4\,ax^3 + 2\,bx$
$y = \frac{1}{x}\,(x \neq 0)$	$Y' = -\,\frac{1}{x^2}$
y = x + v - w	y' = x' + v' – w'
y = Cu	y' = Cu
y = u.v	y' = uv' + vu'
$y = u^n$	$y' = nu^{n-1}$
$y = \frac{u}{v}\,(v \neq 0)$	$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

INITIATION AUX PRINCIPES DE

MICROECONOMIE

Ce manuel à pour objet de traiter de l'analyse micro-économique : théorie du consommateur, de la demande, de la production et des coûts.

Le manuel est destiné aux étudiants en sciences économiques, aussi bien dans les facultés que dans les institutions et grandes écoles. L'étudiant trouvera certains instruments d'analyse nécessaire à sa formation d'économiste.

Il est aussi un instrument d'initiation en micro-économie pour les personnes de formations diverses qui cherchent à acquérir des connaissances en sciences économiques.

Aziz BABOUNIA

est Docteur en sciences économiques, option économie internationale de l'Université Mohamed V – Rabat – Agdal. Il est actuellement professeur à la faculté polydisciplinaire de l'Université Abdelemalek Essaâdi de Tétouan. Il a été, en autres, cadre au Ministère de l'Equipement et du Transport.